

2023.8.19(土)

第19回 これからの算数・数学教育を考える会

中学校における関数指導の実践

～生徒も教師も関数分野が難しいのはなぜ？～

三重県津市立橋北中学校 柴原 大樹

はじめに

初任校：山間部の落ち着いた学校
毎年学調の結果では関数分野が際立って低い



2校目：駅前の文教都市
やっぱり関数分野が低い

はじめに

生徒の理解力に問題があるのではなく

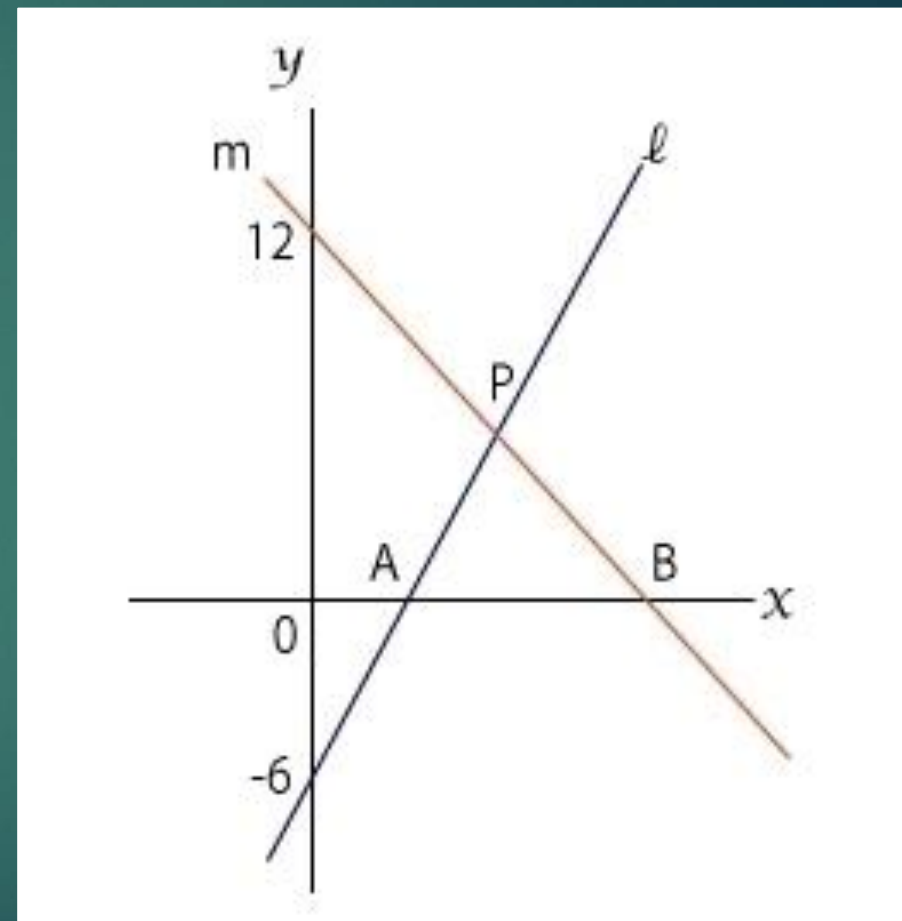
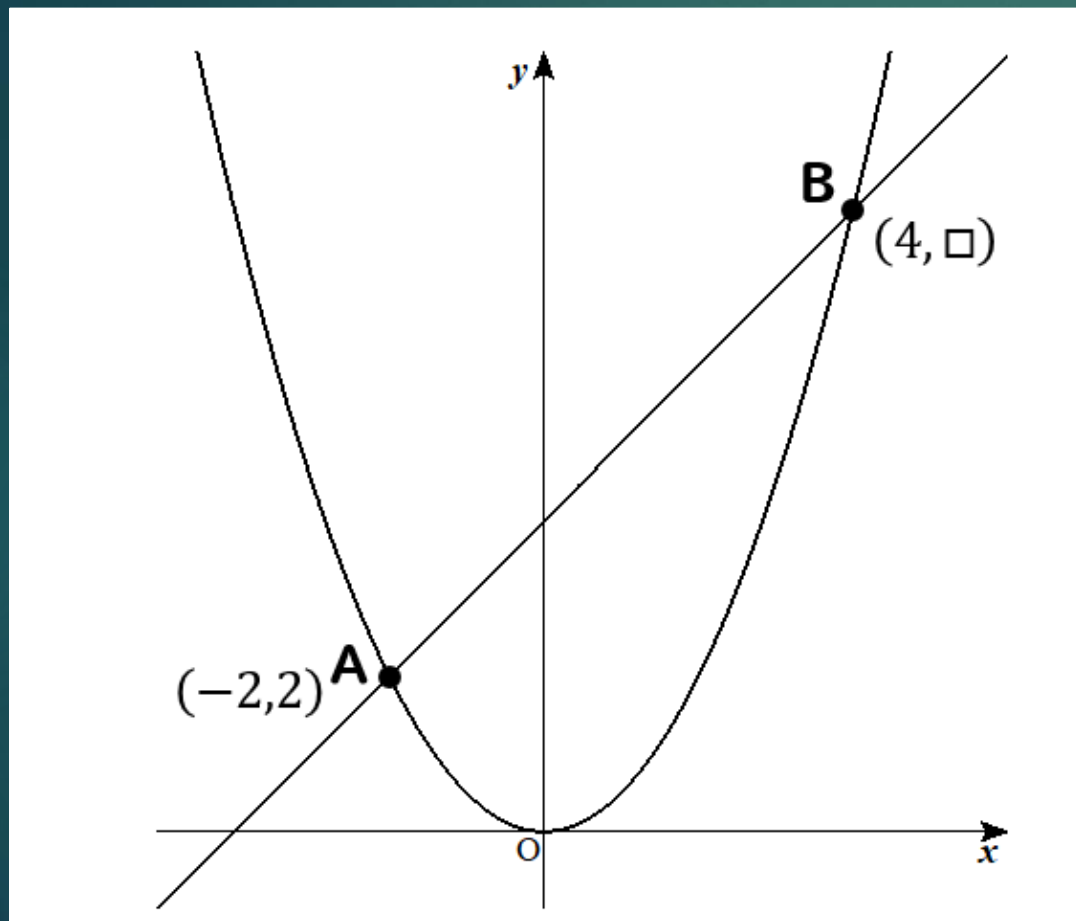
自分の教え方に問題があるのでは???

(たしかに関数分野の授業には苦手意識があった)

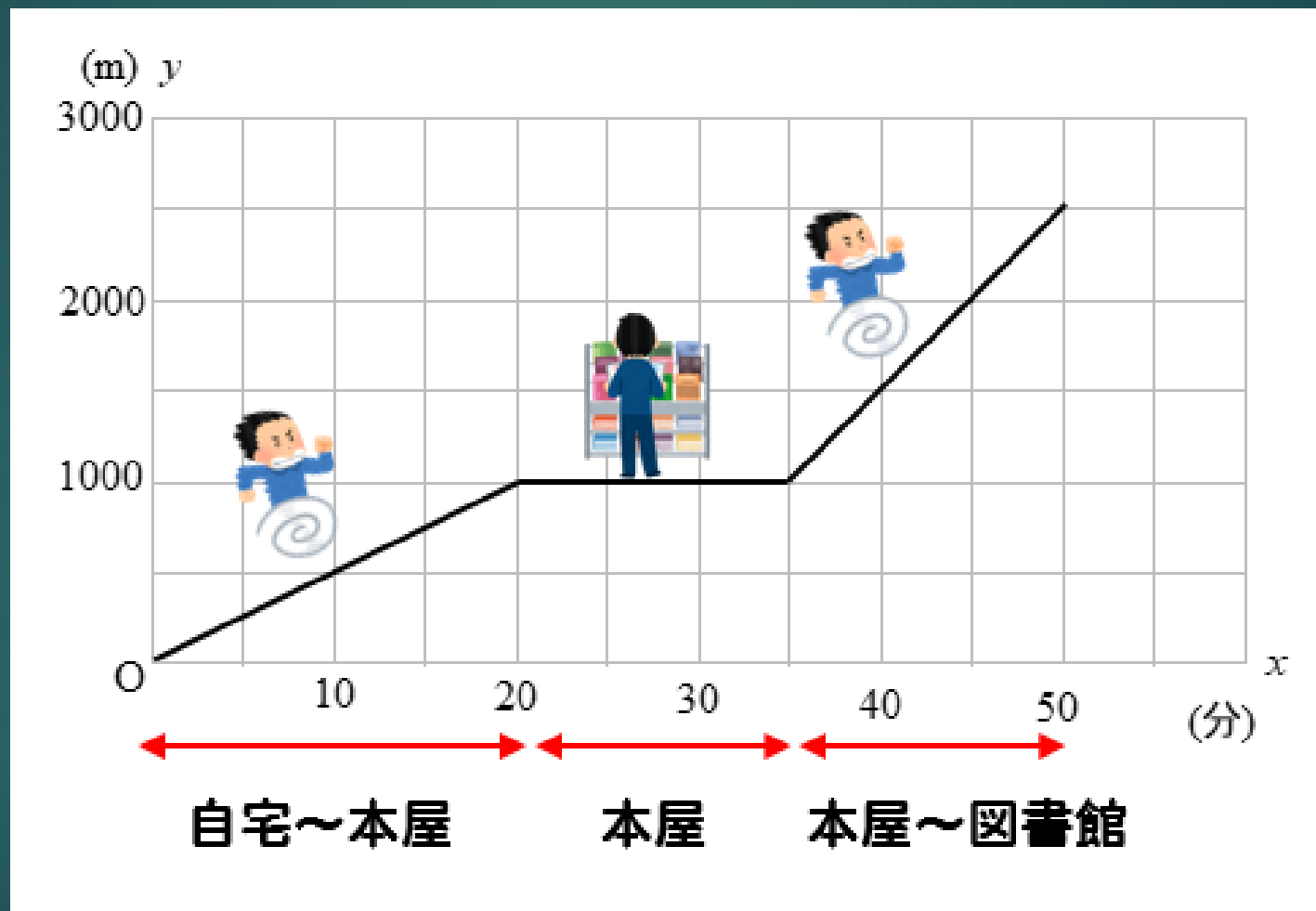
ところで

中学校で出題される関数の問題といえは？

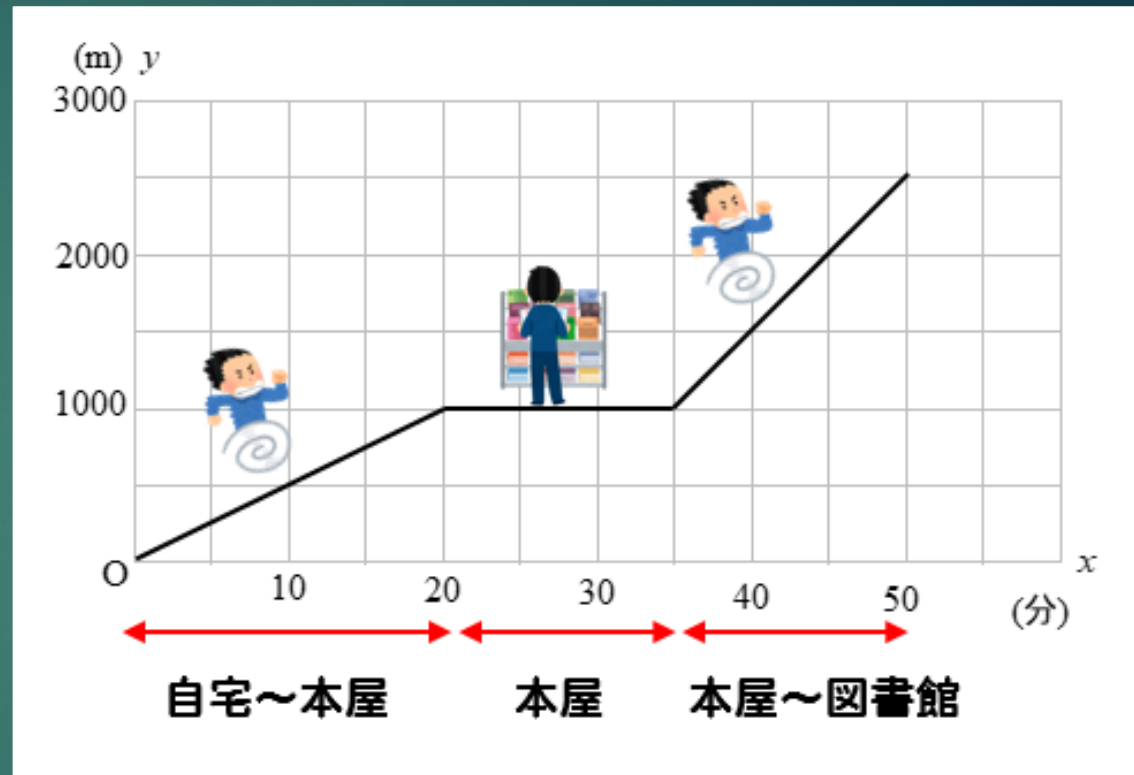
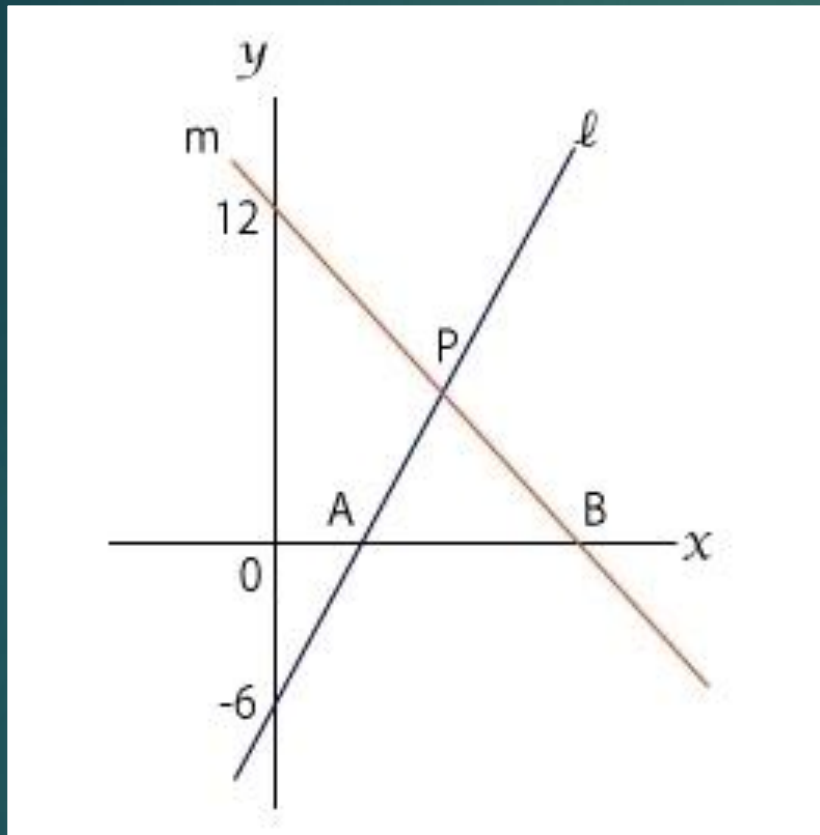
こんな問題をイメージしませんか？



本来の関数とは

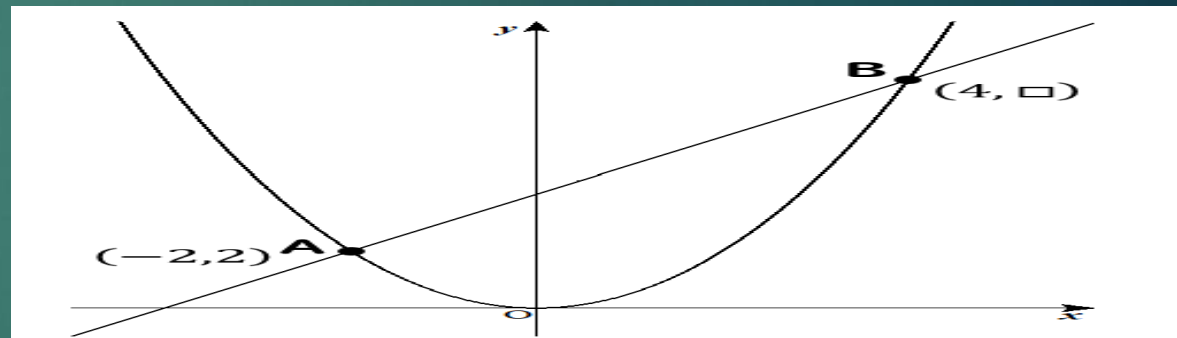
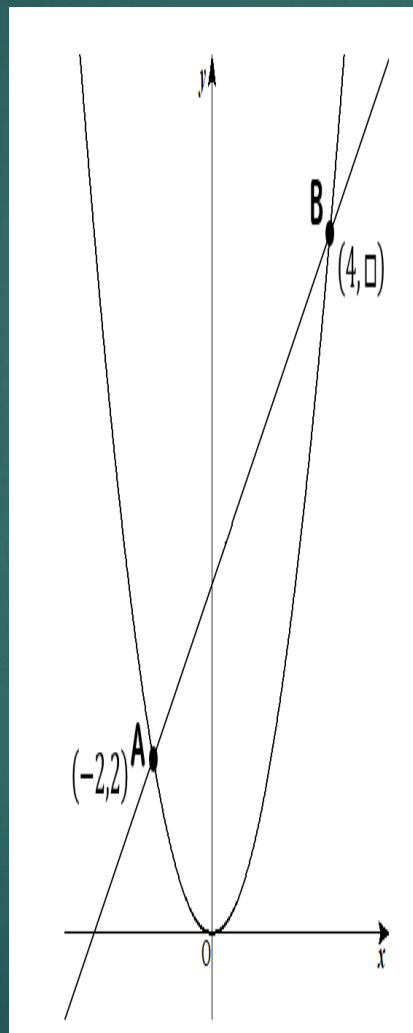
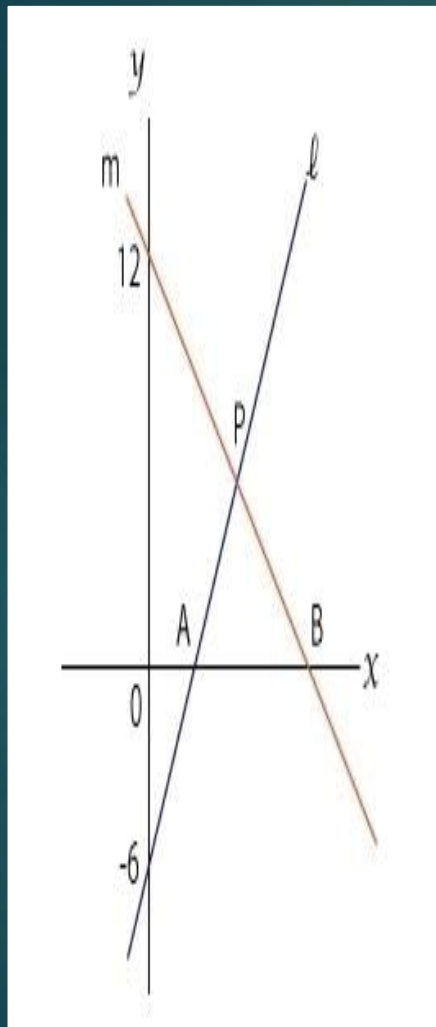


この2つの違いとは？



注目すべきは、 x 軸や y 軸の値

x軸やy軸の値を自由に変えてしまったら

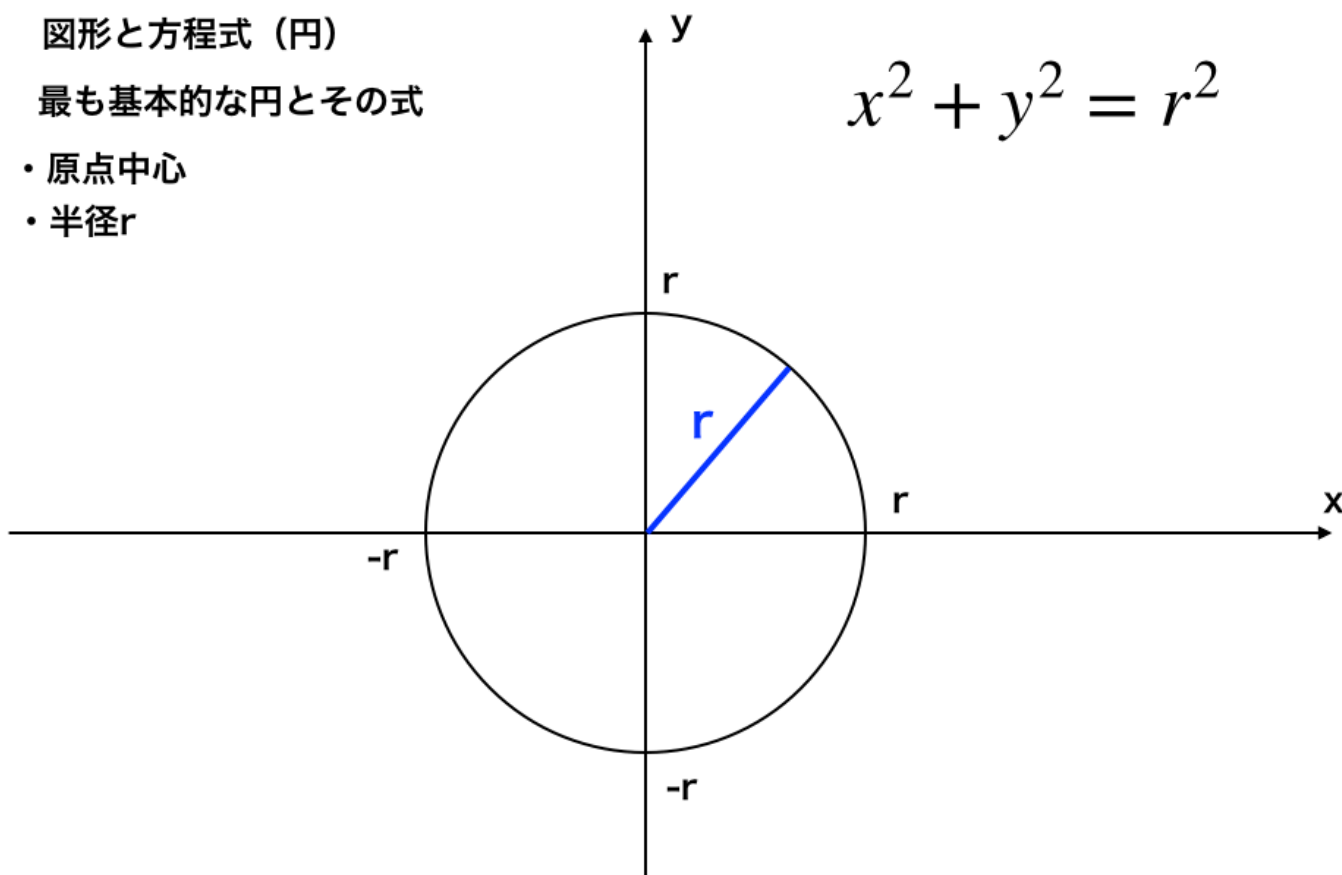


高校数学でいうところの『図形と方程式』 (解析幾何)

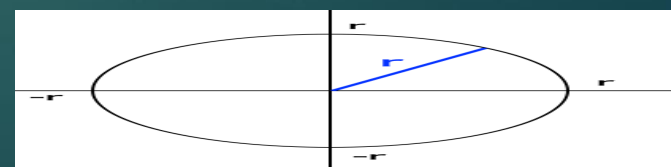
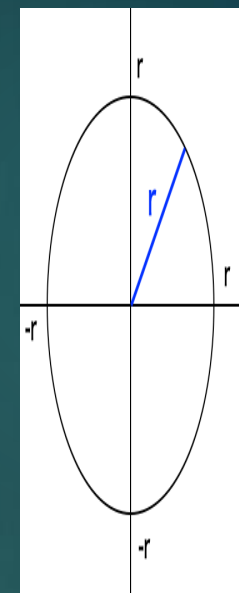
図形と方程式 (円)

最も基本的な円とその式

- 原点中心
- 半径 r



$$x^2 + y^2 = r^2$$



量の変化を捉える関数は

3

重なる部分の面積

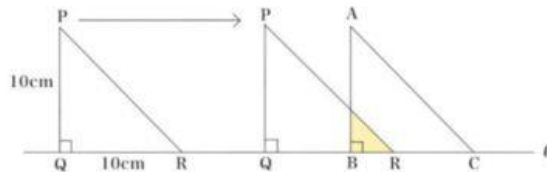


日付()
名前()

Step 1 基本問題



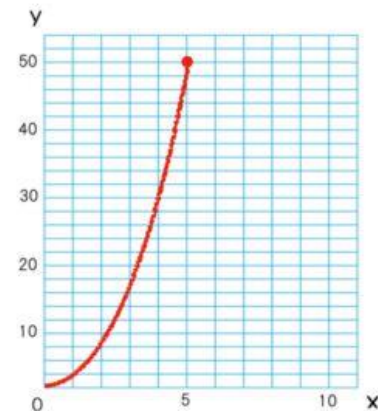
○ 下の図のように、直角をはさむ2辺の長さが、それぞれ 10cm の合同な2つの直角二等辺三角形 $\triangle ABC$ と $\triangle PQR$ がある。 $\triangle PQR$ は、直線 ℓ にそって矢印の方向に毎秒 2cm の速さで動く。次の問いに答えなさい。



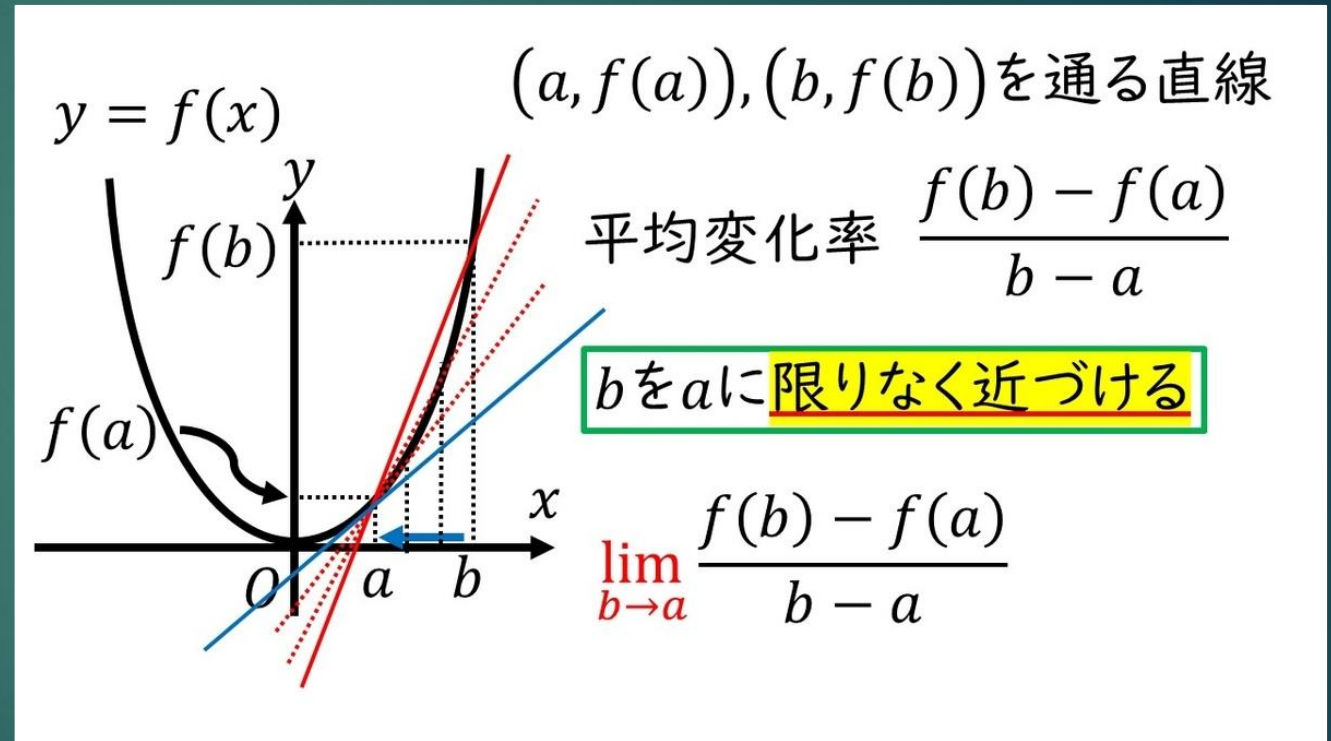
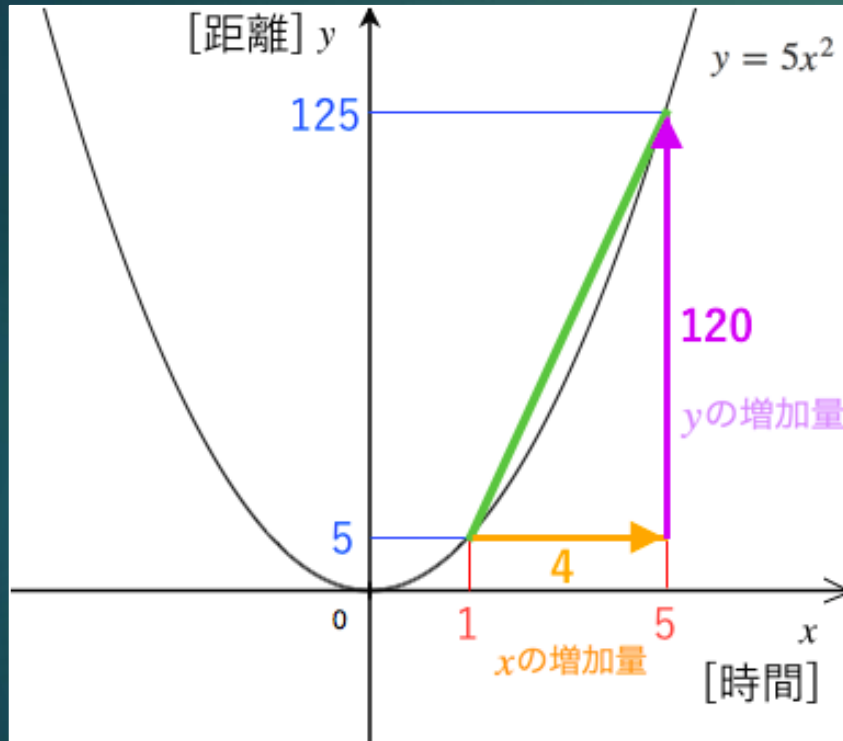
(1) 点 R が点 B の位置にきたときから x 秒後の $\triangle PQR$ と $\triangle ABC$ が重なった部分の面積を、 y とする。点 R が点 B から点 C まで動くとき、 x と y の関係を式に表しなさい。

(2) (1) の関数について、 y の変域を求めなさい。

(3) (1) の関数について、グラフを書きなさい。



高校数学でいうところの『微分積分』



つまり

中学校の関数指導では、

- ★ **方程式**をもとに『解析幾何』を指導する。
- ★ **量の変化**に注目して『関数』を指導する。

この2つの違いを明確にすることが大事！！

(実践例) 中学2年生 一次関数

①一次関数の理解の困難さ



②『具体的な事象』と『表・式・グラフ』の関連が弱い



③変化の割合を重視し、量を意識した指導を行う

①一次関数の理解の困難さ

- なぜ変化の割合が一定であるのか
- グラフを見て式をかくこと
- 対応表を見てグラフをかくこと
- グラフ、表、式から事象の変化の様子を把握すること

② 『具体的な事象』と『表・式・グラフ』の 関連が弱い

- (1) 具体的事象からグラフや表や式を作る (量あり)
- (2) 変化の割合の説明 (量なし)
- (3) 対応表から一次関数のグラフをかく (量なし)
- (4) 切片と傾きの説明 (量なし)
- (5) グラフのかき方・一次関数の式を求める (量なし)
- (6) 方程式と一次関数 (量なし)
- (7) 一次関数の利用 (量あり)

③変化の割合を重視し、量を意識した指導を行う

- ・前頁の(1)～(5)と(7)をすべて、2つの量の変化をもとに指導する。
- ・解析幾何の用語「傾き・切片」は使わずに、関数の用語として「変化の割合・初期値」を使用する。
- ・(6)は図形の学習であることを念頭において、直線の式 ($ax + by + c = 0$) を求める学習とする。ここで「傾き・切片」を登場させる。

具体的な授業例

(1) 時間の変化に伴う水の増減から「グラフ・表・式」をつくる。

(2) 時間の変化に伴う水の増減から「変化の割合」を学ぶ。

(3) 具体的事象と関連付けてグラフをかく。（読み取る）

【 (4) 式を求める (5) 利用問題 (6) 方程式とグラフ 】

(1)時間の変化に伴う水の増減から「グラフ・表・式」をつくる。

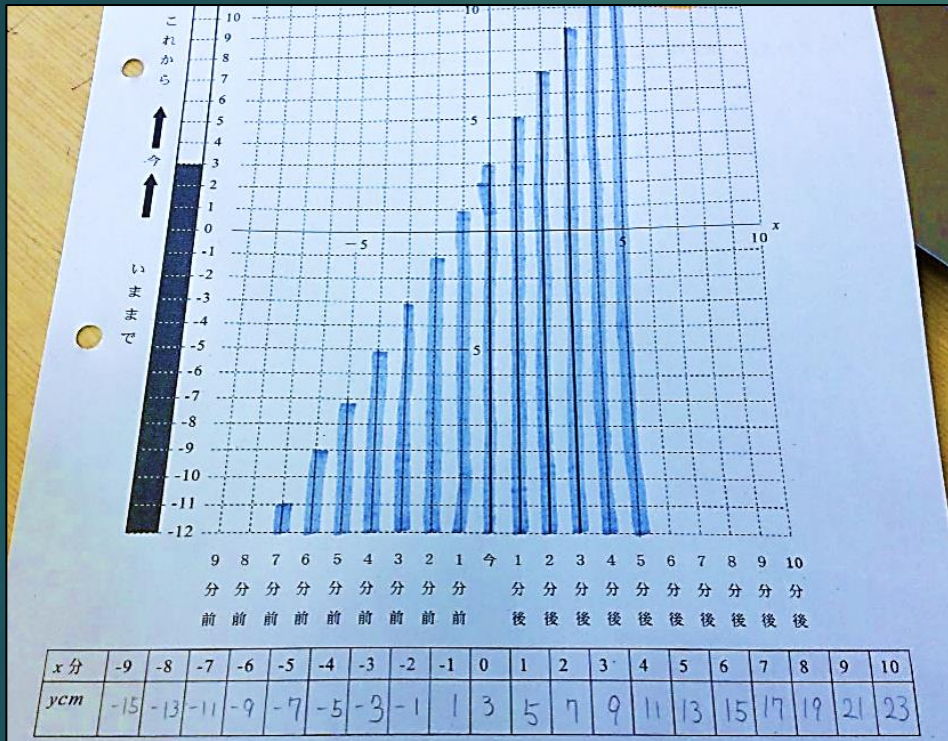
水の量の変化に関して

「今現在の位置」と「毎分0cmで増える（減る）」
（初期値） （変化の割合）

という2つの情報に着目させてグラフにとる。



グラフ



表

x	-2	-1	0	1	2	3
↓	$3+2 \times (-2)$	$3+2 \times (-1)$	$3+2 \times 0$	$3+2 \times (1)$	$3+2 \times (2)$	$3+2 \times 3$
y	-1	1	3	5	7	9

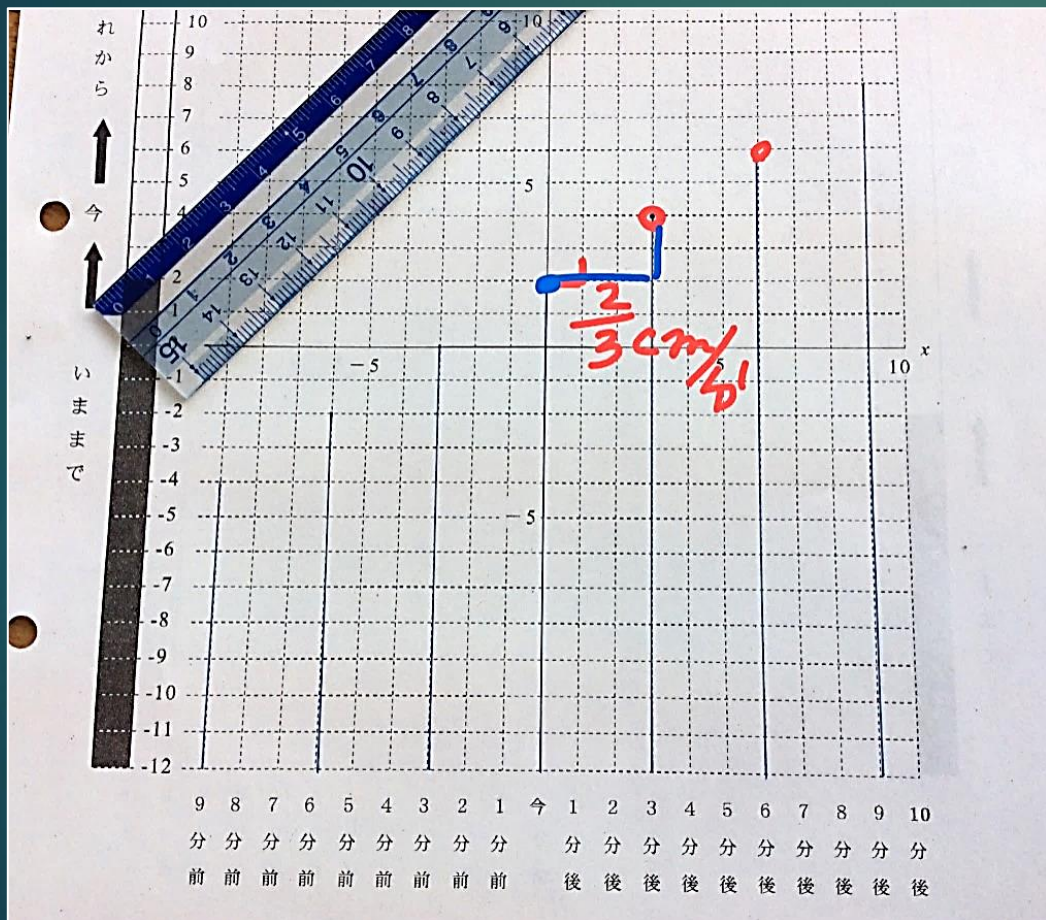
式 $y = 3 + 2x$

○分の時点の高さ 変化した高さ

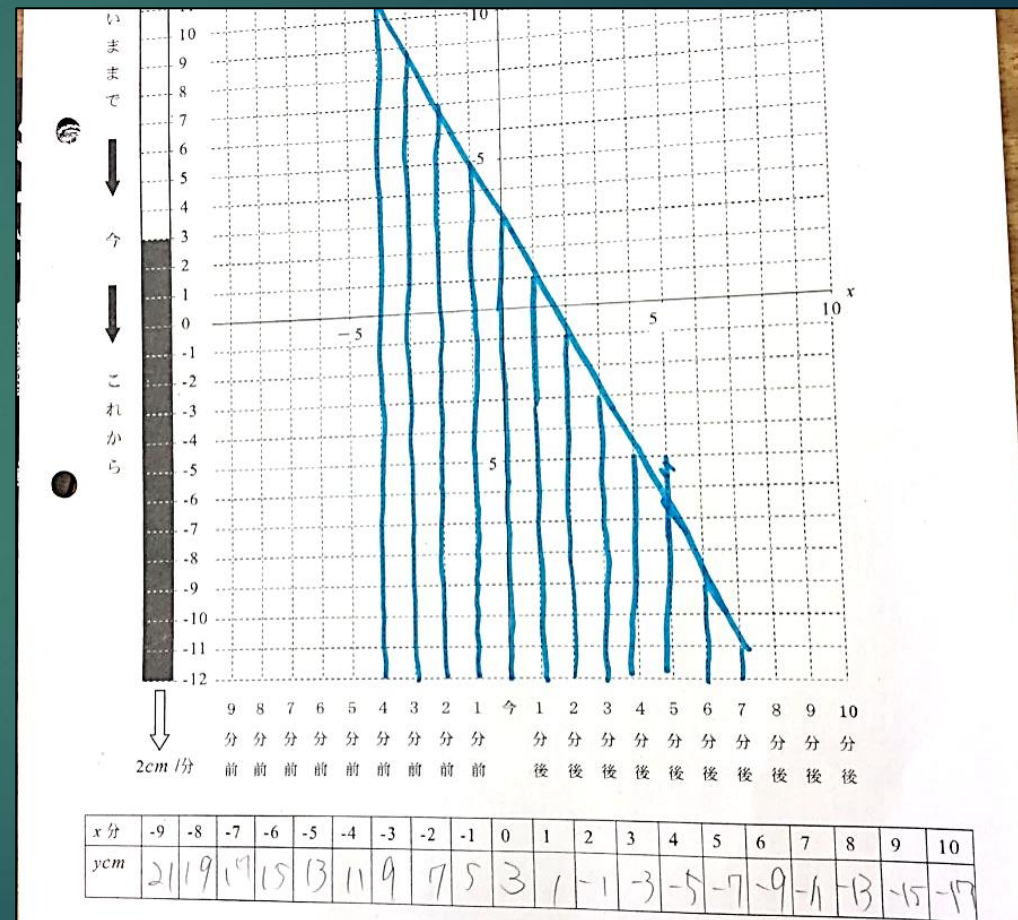
この式は、普通は $y = 2x + 3$ とか「ま」。

式

変化の割合が分数

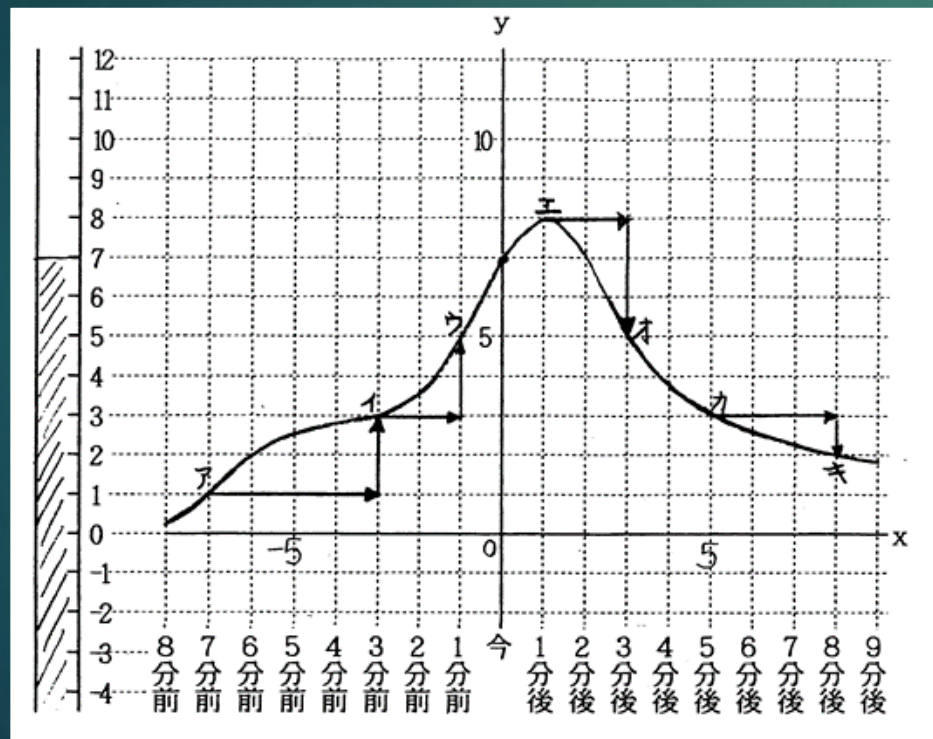


変化の割合が負の数



(2)時間の変化に伴う水の増減から「変化の割合」を学ぶ。

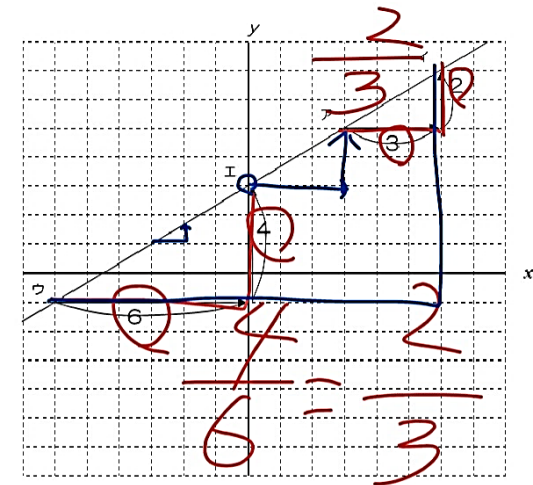
ランダムな増減のグラフ



一次関数のグラフ

★問題4について

- (ア) から (イ) への
変化の割合は、 $\frac{2}{3}$ ……①
- (ウ) から (エ) への
変化の割合は、 $\frac{2}{3}$ ……②



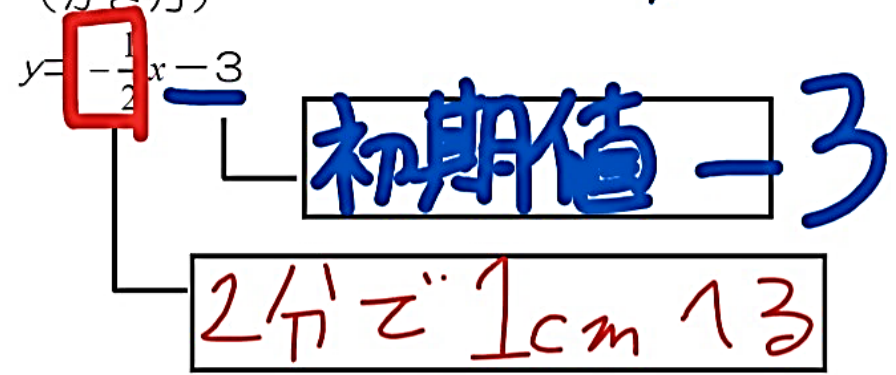
同じようにどの2点を取っても、変化の割合はすべて $\frac{2}{3}$ です。

このように、どこでも変化の割合が同じである場合は、グラフが直線になります。

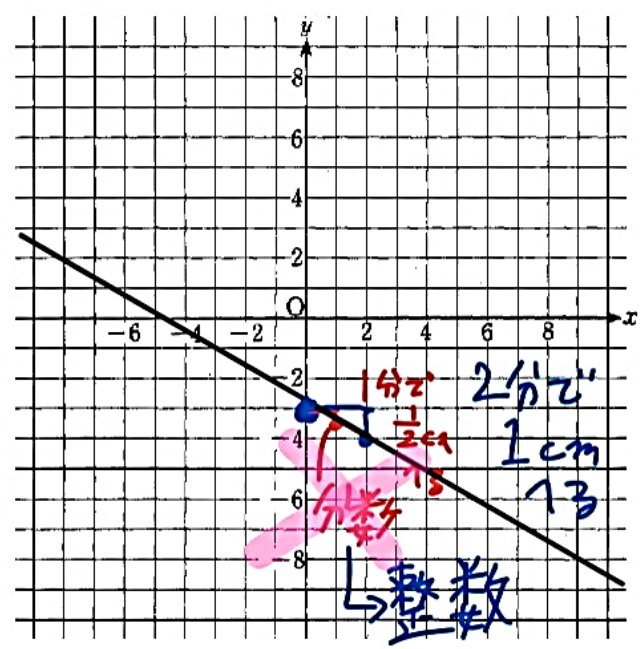
(3) 具体的事象と関連付けてグラフをかく。(読み取る)

「初期値」と「変化の割合」から具体的事象をイメージしてグラフを作成していく。

問題1 一次関数の式 $y = -\frac{1}{2}x - 3$ のグラフをかいてみよう。
(かき方)

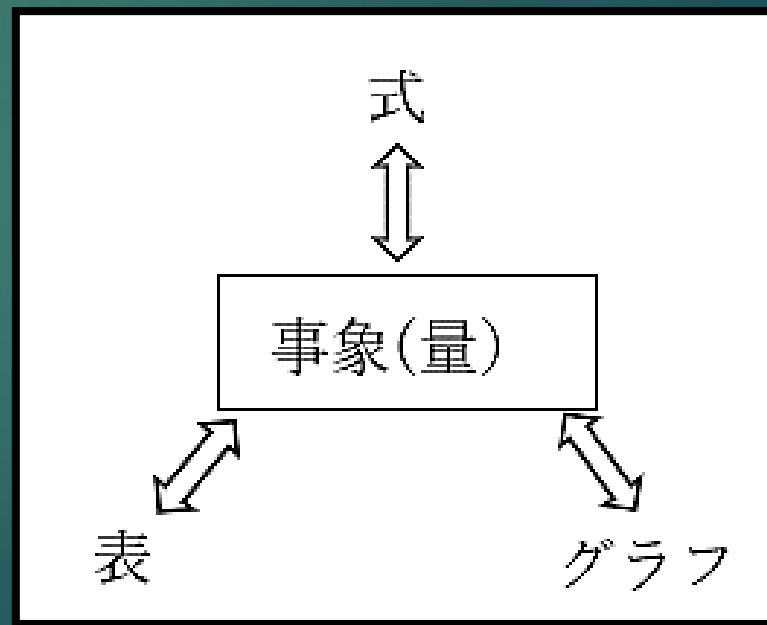
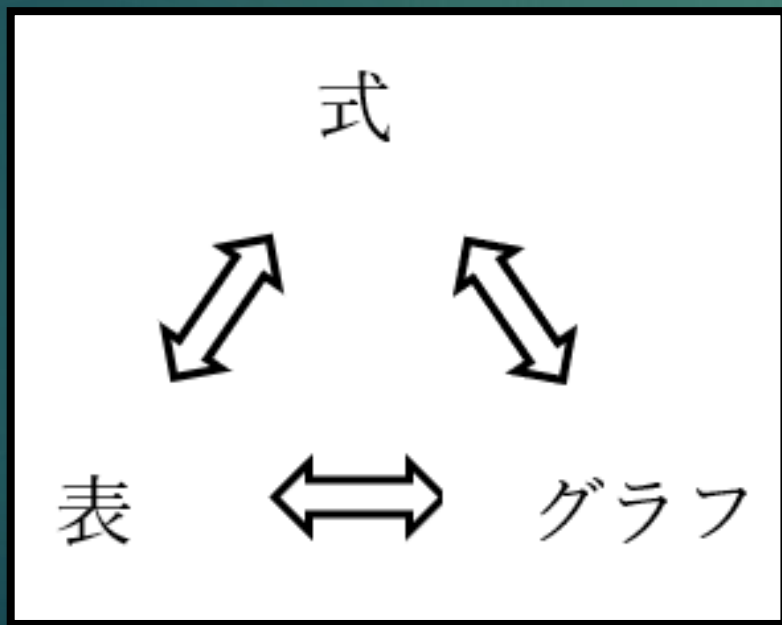


つまり、y軸の「-3」の目盛りから出発して
「右に2, 下に1」。



考察①

- ・ **事象(量)**を中心において、グラフ・表・式を関連付ける



考察②

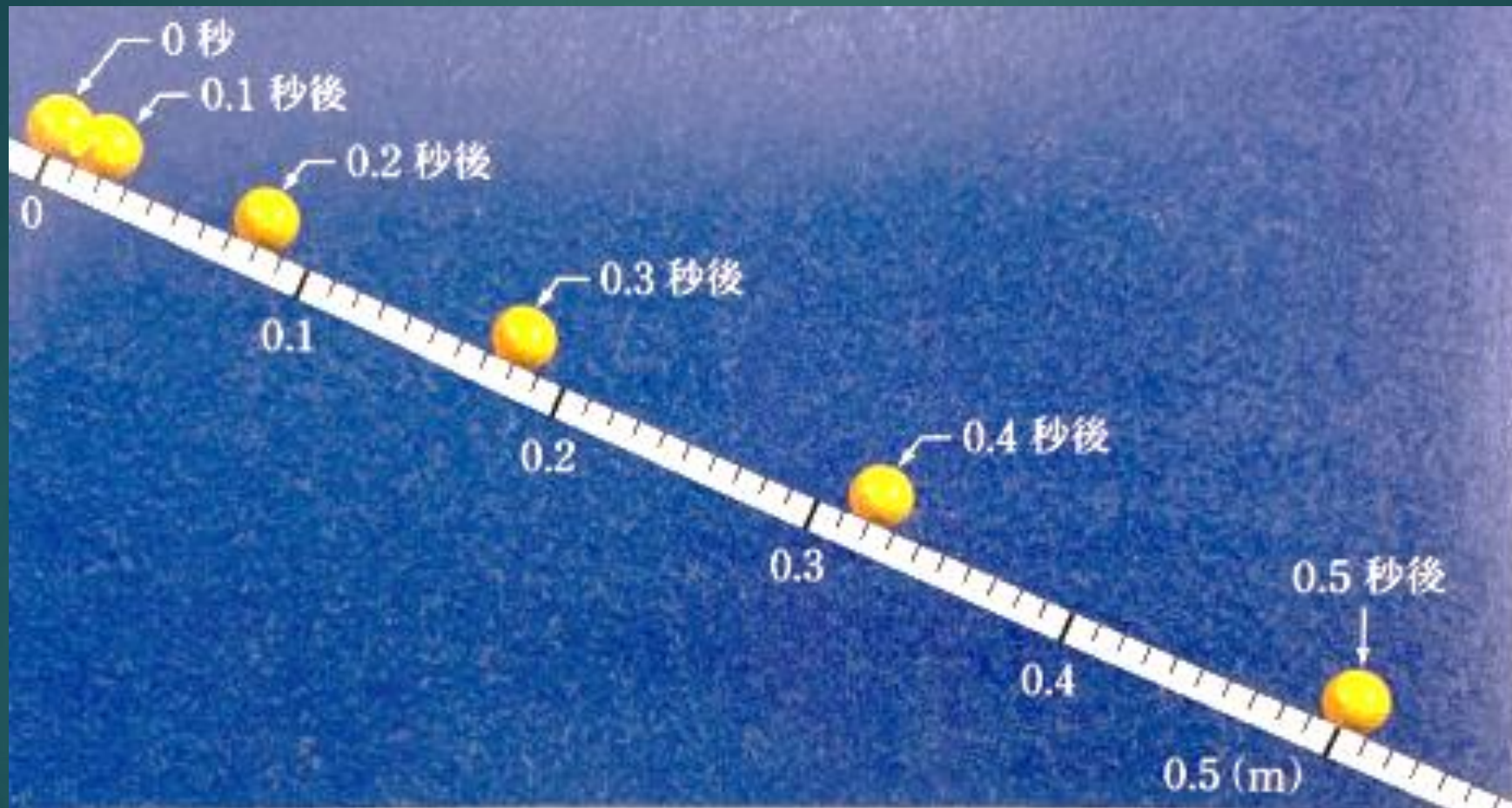
・事象(量)の『変化の割合』に注目すること

一貫して変化の割合に注目させ、量の変化をグラフ・表・式で表してきた。生徒からも常に「1分毎に〇〇cm 増えるから……」という声があった。

関数が数式計算をするだけの無味乾燥なものではなく、目に見える量を扱う分野であることを確認できた。

ちなみに

二次関数では. . .





x (秒後)	1	1~2	2	2~3	4
y (cm)	12.5	25	50	100	200

ビー玉が転がった「時間」と「距離」に着目して
学習を進めました！

なんのイメージも無いまま

$$y=ax+b \quad \text{や} \quad y=ax^2$$

のような文字ばかりの計算をさせることは

至難の業です。

とにかく

中学校の関数指導で大事にしたいことは

具体的な『量』を意識させること！