第23回
「これからの算数・数学教育を考える会」

折り紙を使って考える
解析幾何学（１次関数）の授業実践

大阪教育大学附属天王寺中学校数学科　島橋　尚吾

令和6年8月25日日曜日

日直

○△

○△

目　次

１：自己紹介（これまで教員としての職歴など）

２：令和５年度　本校教育研究会　より

３：今回の課題やこれからの展望

1. 自　己　紹　介（これまで教員としての勤務歴）

名前：島橋　尚吾（しまはし　しょうご）

職歴：帝塚山学院泉ヶ丘中学校・高等学校　①

泉佐野市立第三中学校　④

大阪教育大学附属天王寺中学校　⑤

「自由研究（探究活動・発表・論文執筆）」

※ 本校教育研究会にて生徒による

ポスター発表の実現に向けて模索中

１次関数を用いた「折り紙」の数学的性質の探究

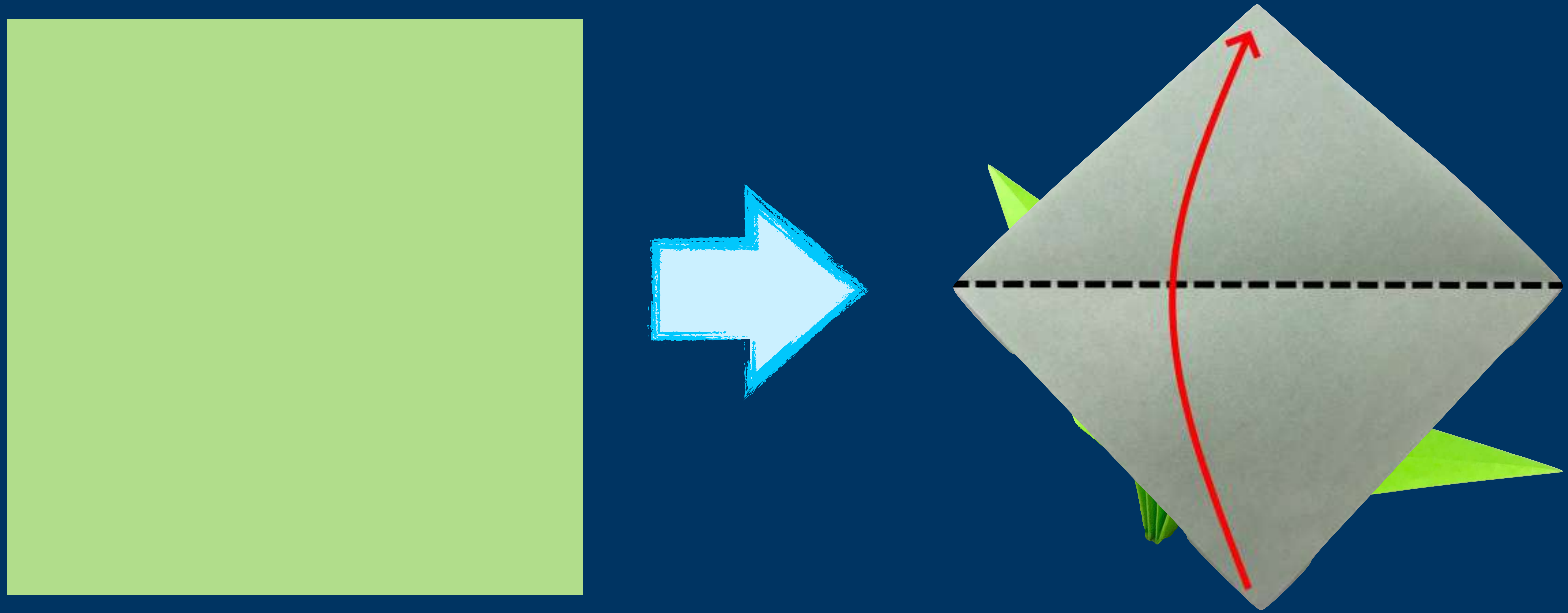
20231111　令和５年度　教育研究会より

大阪教育大学附属天王寺中学校　数学科　島橋尚吾

＝＝＝１次関数を用いた「折り紙」の数学的性質の探究＝＝＝

１枚の折り紙から作品を創作する芸術ではなく，

折り線や点などの「折り紙」の基本的な性質から数理を探究する科学である『オリガミクス』



===１次関数を用いた「折り紙」の数学的性質の探究===

『オリガミクス』

芳賀　和夫 氏

附属高等学校天王寺校舎　元教官

筑波大学　元教授

「第２回折り紙の国際会議（1994）」にて提唱

＝＝＝１次関数を用いた「折り紙」の数学的性質の探究＝＝＝

数と式

図　形

関　数

データの活用

＝＝＝１次関数を用いた「折り紙」の数学的性質の探究＝＝＝

数と式

図　形

関　数

データの活用

＝＝＝１次関数を用いた「折り紙」の数学的性質の探究＝＝＝

数学における「 折り紙 」の授業実践 ①

年	教　育　内　容	オ　リ　ガ　ミ　ク　ス
中１	角の二等分線 垂直二等分線 平行移動・対称移動・回転移動　　等	角の二等分折り 垂直二等分折り 折ることによる対称関係
中２	平行線の性質（同位角・錯角・対頂角） 平面図形の合同 合同証明　　等	折り線による確認 折ることによる合同関係 折り線と証明
中３	平面図形の相似 ピタゴラスの定理　　等	線分の三等分点 証明による活用

（「中等教育におけるオリガミクスを活用した平面幾何教育のあり方について」より一部抜粋，黒田，2013）

数学における「 折り紙 」の授業実践 ②

年	教　育　内　容	オ　リ　ガ　ミ　ク　ス
高１	三角形の五心 チェバ・メネラウスの定理 円に内接する四角形　等	線分の三等分問題 折鶴の折り線
高２	座標上の図形 点・直線の座標表現 平面ベクトル　等	辺のn等分問題
高３	平面上の曲線 （直交座標，媒介変数表示，極座標） 複素平面　等	

（「中等教育におけるオリガミクスを活用した平面幾何教育のあり方について」より一部抜粋，黒田，2013）

＝＝＝１次関数を用いた「折り紙」の数学的性質の探究＝＝＝

数と式

図　形

関　数

データの活用

===１次関数を用いた「折り紙」の数学的性質の探究===

数と式

図　形

折り線

関　数

データの活用

＝＝＝１次関数を用いた「折り紙」の数学的性質の探究＝＝＝

数と式

図　形

折り線

１次関数

関　数

データの活用

＝＝＝１次関数を用いた「折り紙」の数学的性質の探究＝＝＝

解　析　幾　何　学

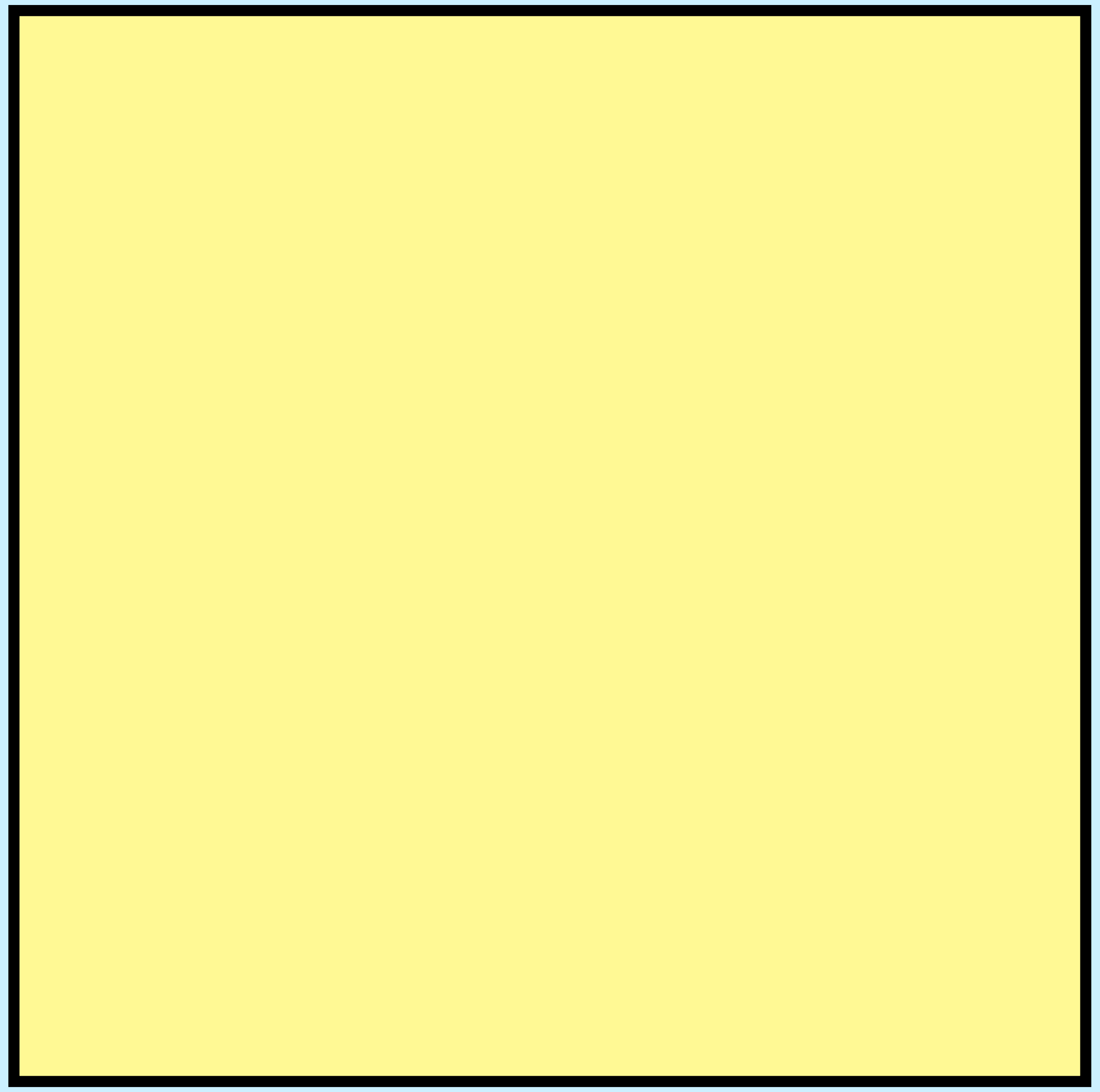
１次関数を用いた「折り紙」の数学的性質の探究

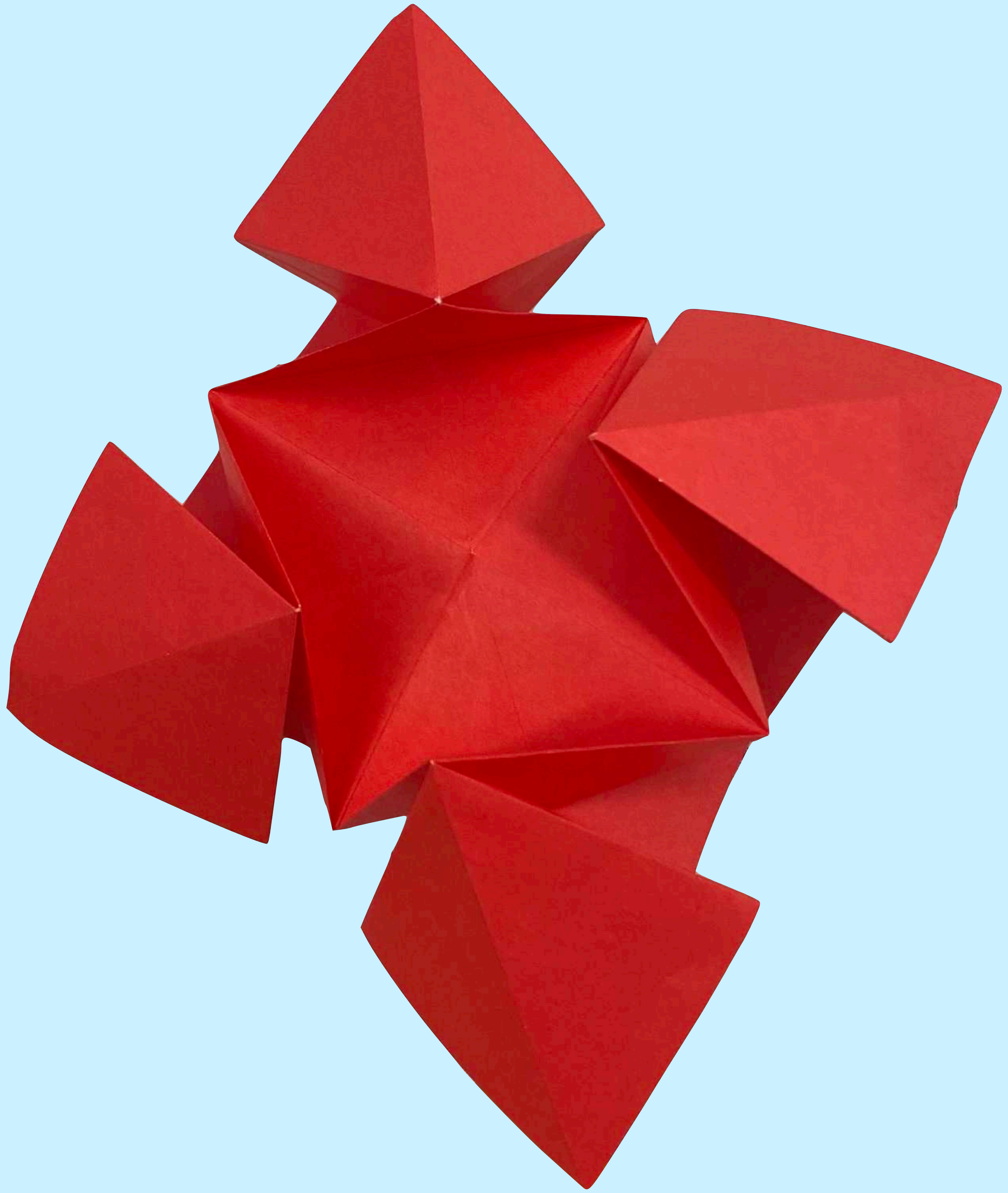
図形の性質や関係を直感的に捉え，
論理的に考察する力を養う

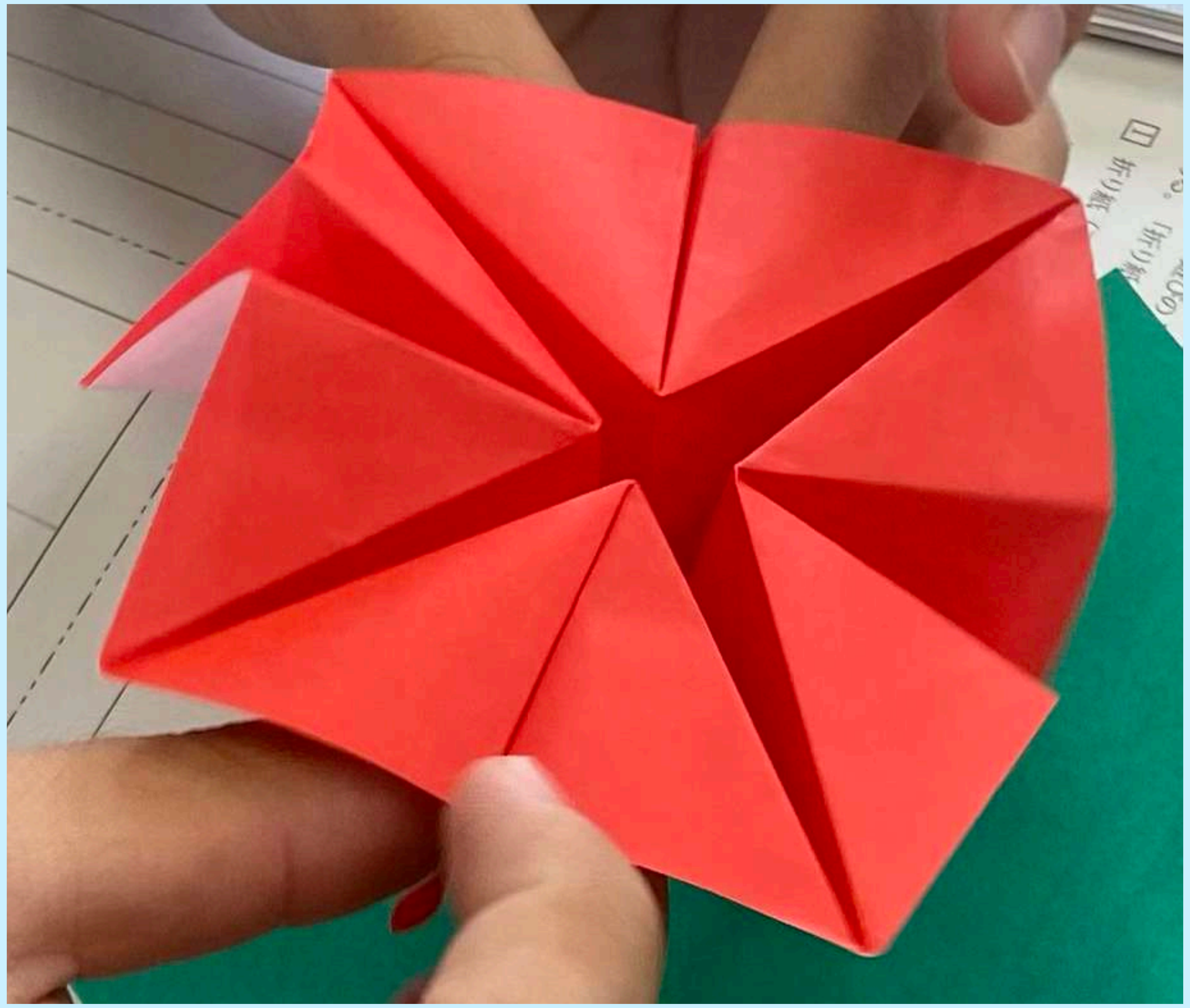
折り線を1次関数のグラフとして捉える
ことで論理的，統合的・発展的に考える
数学的な見方・考え方を養う

第１時（図形領域）

　折り紙の面積の1／４と1／５の正方形ができるような折り方をしたときにできた折り線などについて探究しよう。



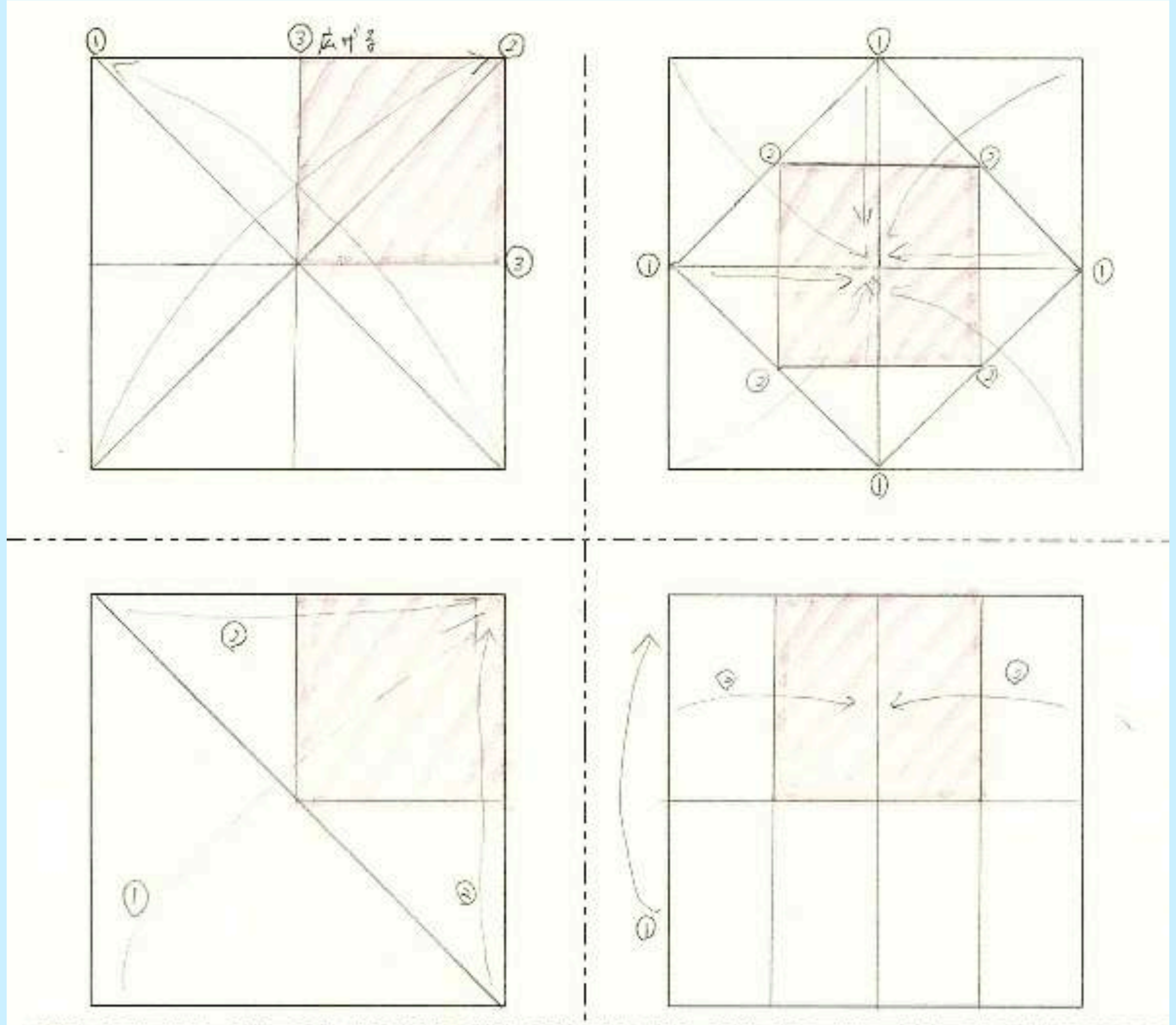




第１時（図形領域）

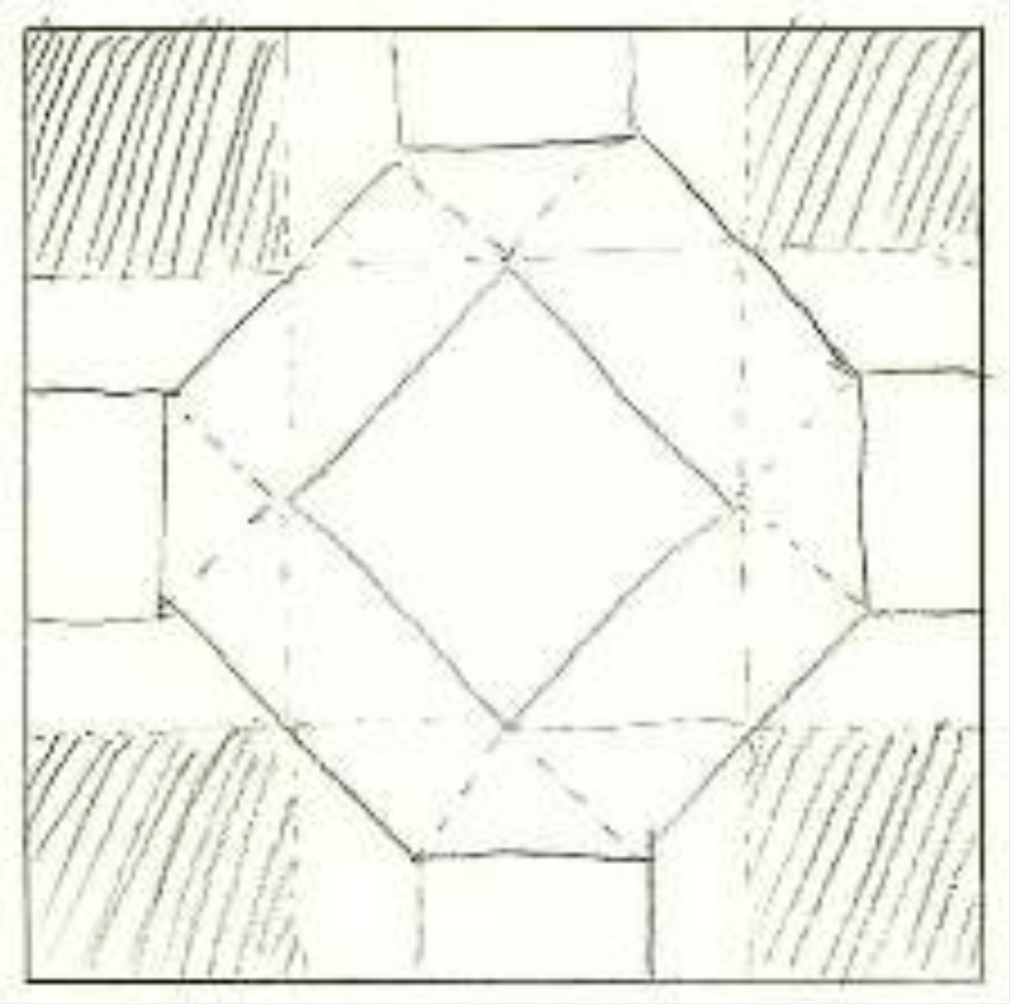
　折り紙の面積の1／４と1／５の正方形ができるような折り方をしたときにできた折り線などについて探究しよう。

生徒のワークシートより



=== 折り紙を折ることによってできた形，折り線，移動した点など気付いたことを書こう ===

折り線は必ず直線で、辺が全て重なるように折ると、元の図形の2分の1になり、線(その折り線)により、線対称な図形ができる。
どんな図形でも全ての頂点がその図形の中心に集まるようにおると、元の図形の2分の1になる。またその折り線は元の辺を2等分した交点を示す。



折り紙の面積の１／５の正方形の形を折ろう！

=== 折り紙を折ることによってできた形，折り線，移動した点など気付いたことを書こう ===

折り線は全て直線
折り線は、折ったときに重なる点と点の垂直二等分線
折るごとに面積が$\frac{1}{2}$　・対称軸と折り線が線対称
折り紙を折ると角ができる

第１時
　折り紙の面積の1／４と1／５の正方形ができるような折り方をしたときにできた折り線などについて探究しよう。

中学２年生の振り返り（一部抜粋）

- 今まで折り紙を折っても何分の１を担っているのかなど，今まで意識することはなかったが，今回の授業で面白いなと思ったのでこれからは意識したい。
- 今まであまり深く考えずに折っていたけど，一つ一つの動作を数学的に説明できることを知った。また，折りたいもの（ゴール）を目指して考えながら折ることも，頭は使うけど不可能ではない気がした。
- 保育園や小学校では当たり前のように折り紙を折っていたが，折ったものを広げたときにできる形や折り線に着目したとき，新たな発見ができて楽しかった。
- 折り紙で折ったものを見るのではなく，折るまでの過程を数学的に考えるのが面白いが，難しかった。

第１時
　折り紙の面積の1／４と1／５の正方形ができるような折り方をしたときにできた折り線などについて探究しよう。

生徒の新たな疑問（２年／３年／２・３年合算）

① なぜ折り紙の面積の１／５の正方形となっているのか理由がわからない。また，その理由を知りたい，説明したい。

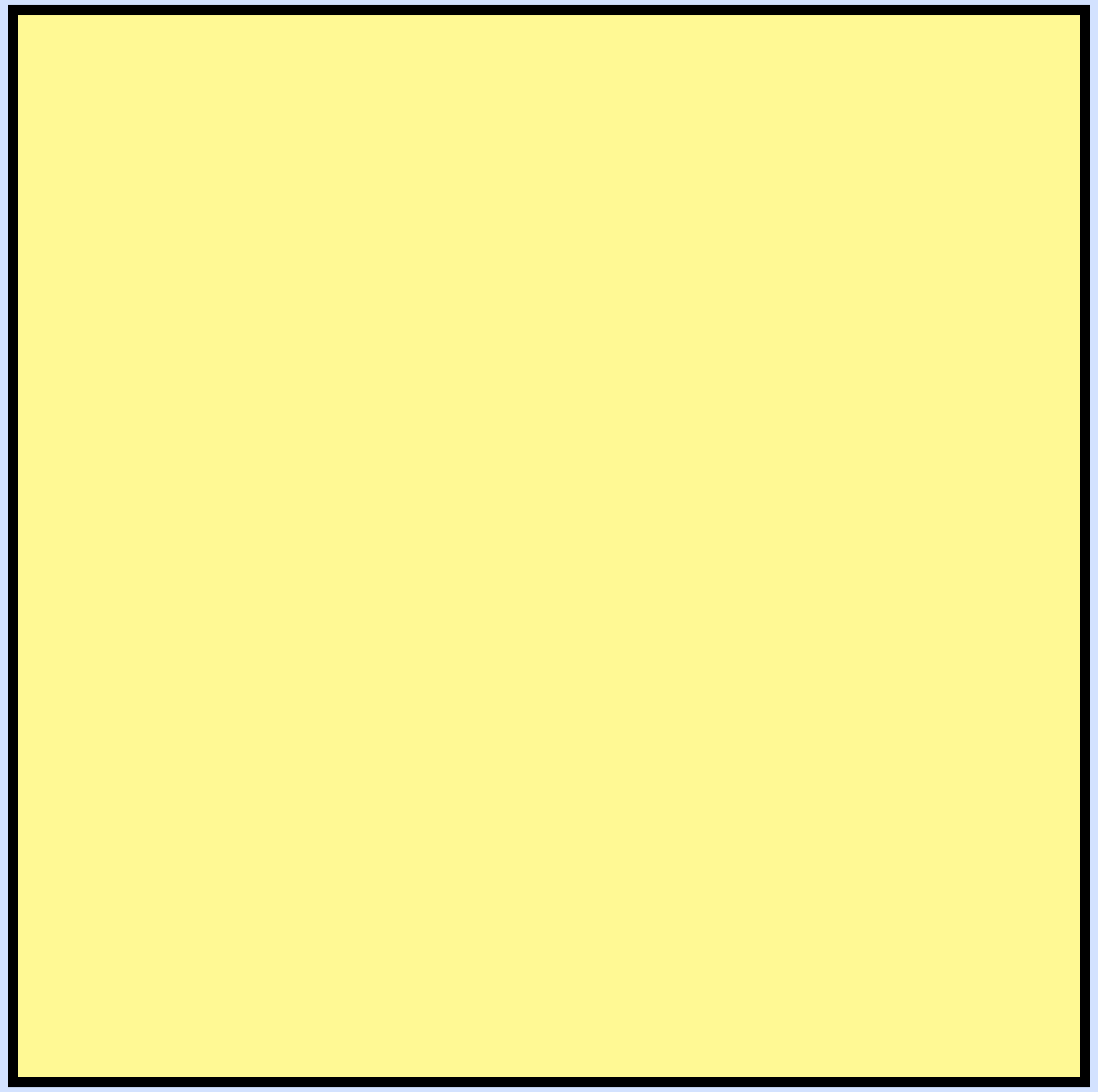
約３０％　　約２４％　　合算 約２８％

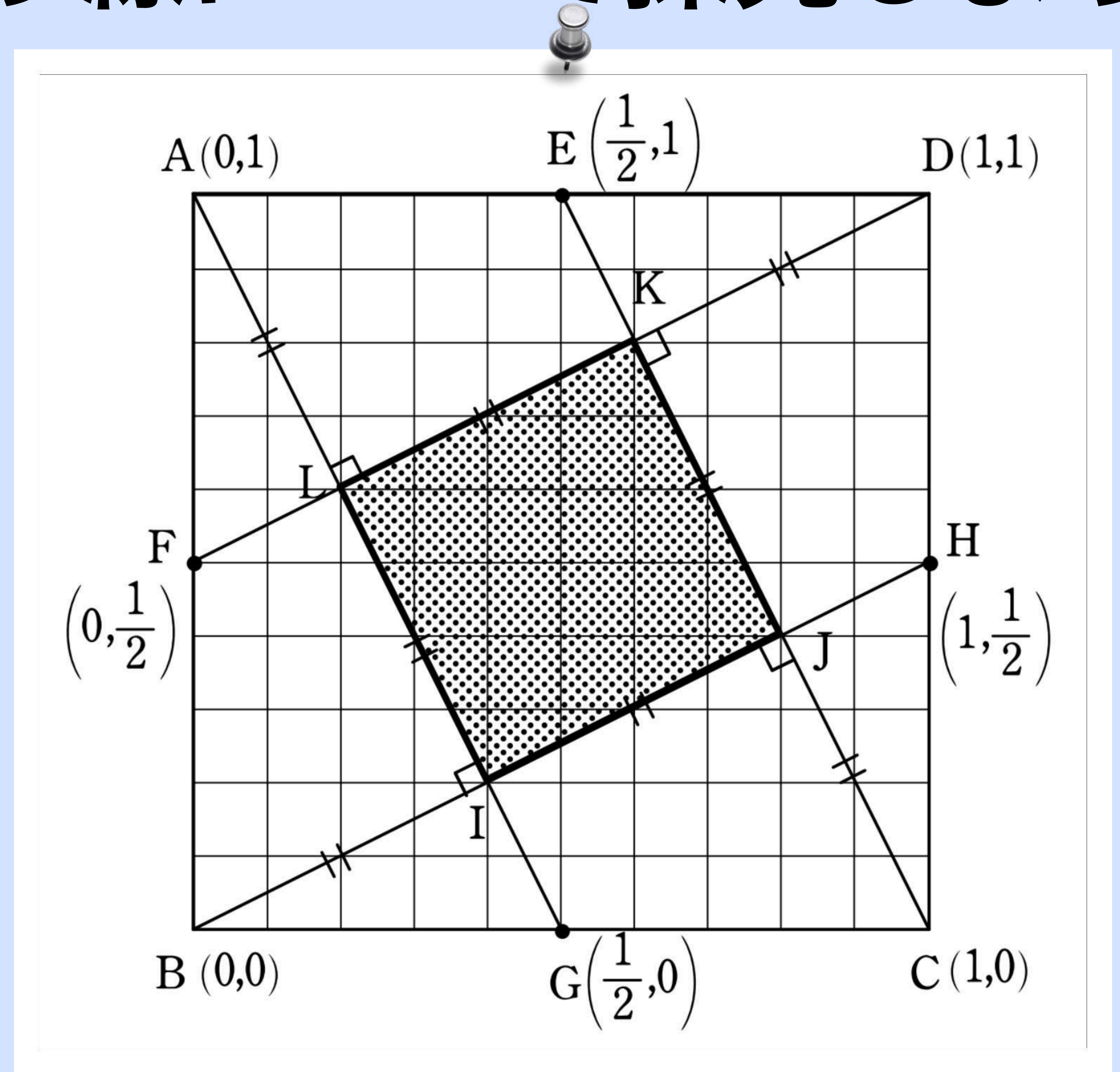
② 折り紙の面積の１／５の正方形は折ることができたが，　１／６や １／７の正方形などの折り方はどうなるのか？また，折ることができない面積があるのか？

約４４％　　約４０％　　合算 約４２％

第２時（図形領域から関数領域へ）

　折り紙の面積の1／５の正方形ができるような折り方をしたときにできた折り線について探究しよう。

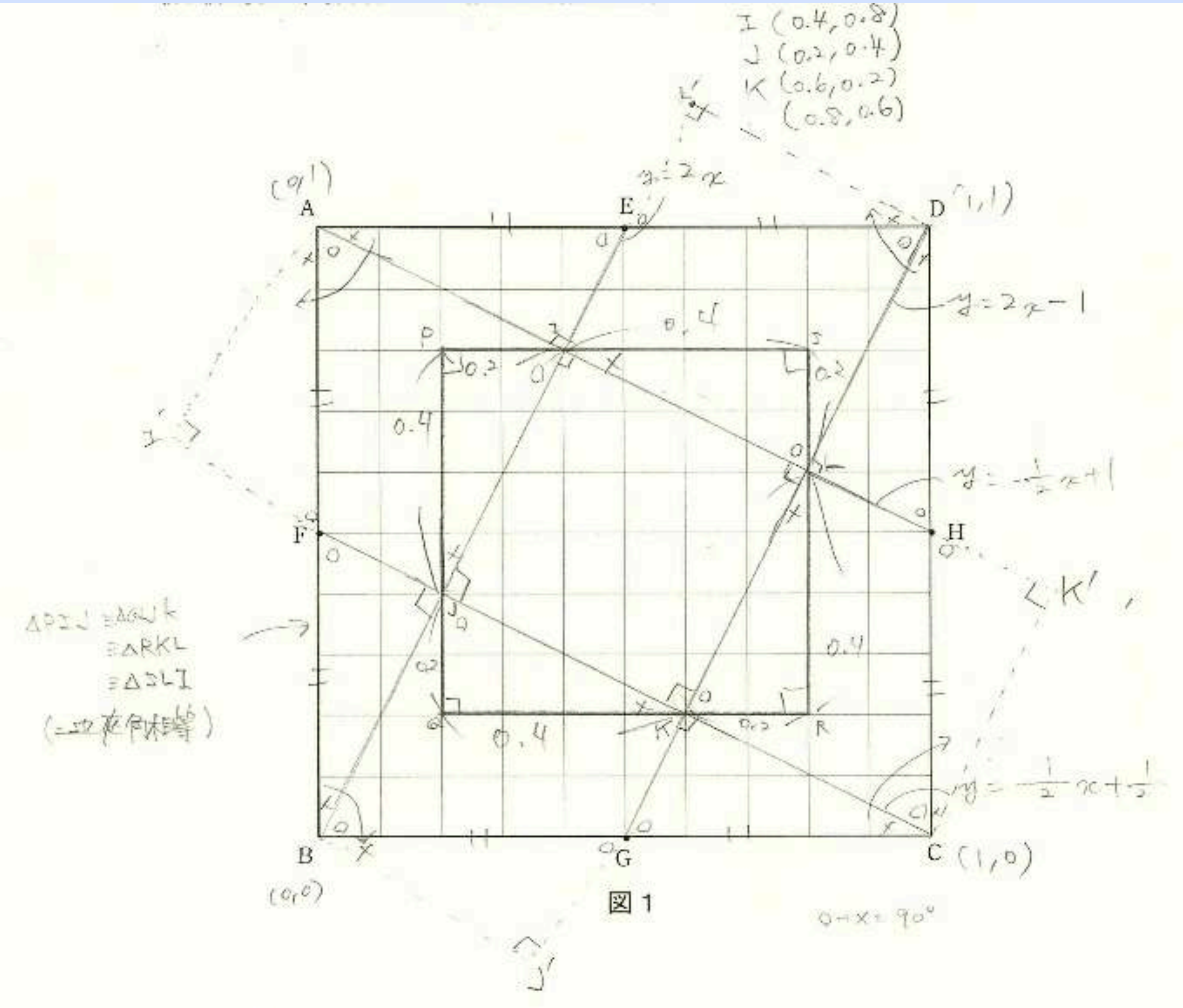


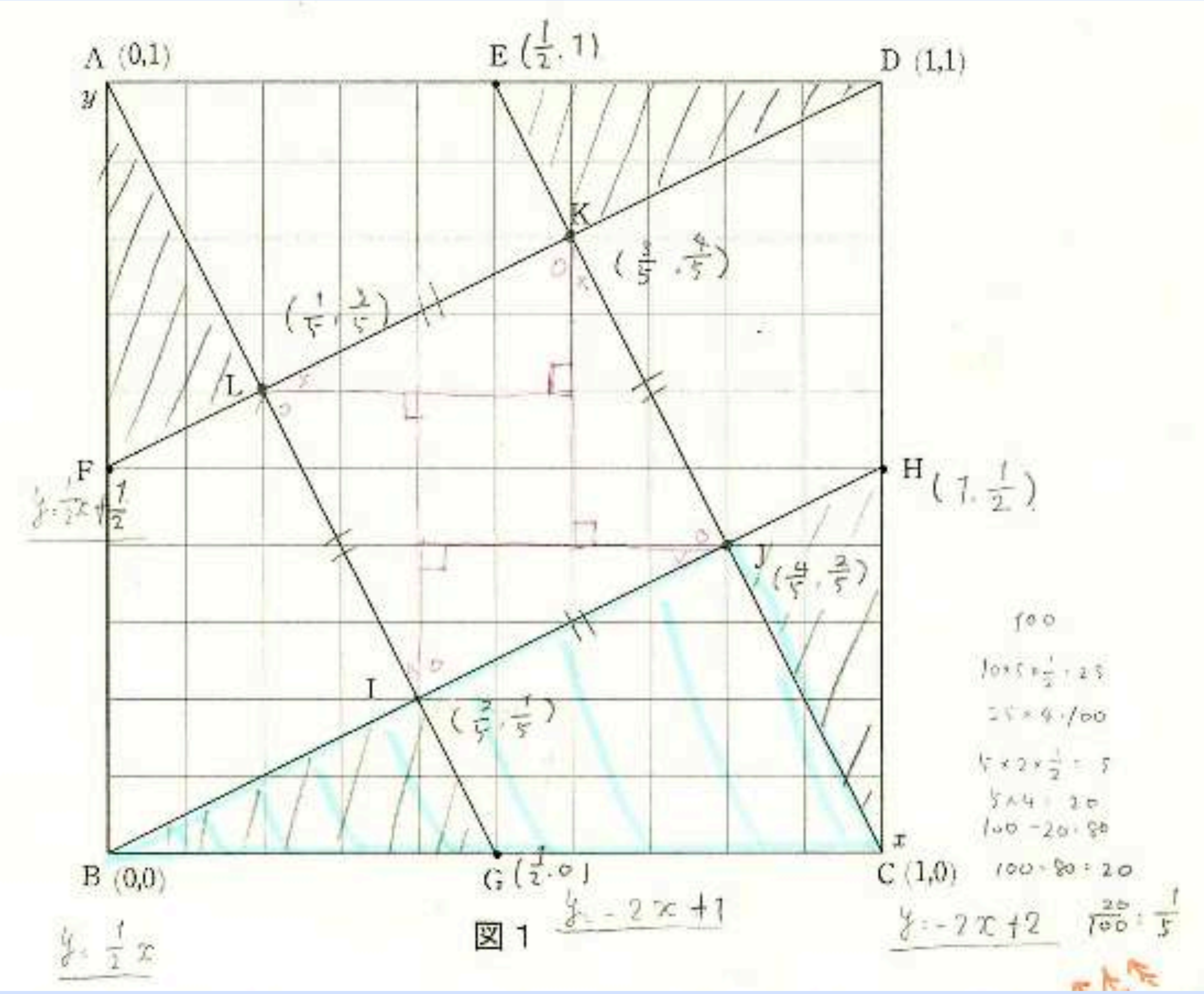


第２時（図形領域から関数領域へ）

　折り紙の面積の1／５の正方形ができるような折り方をしたときにできた折り線について探究しよう。

生徒のワークシートより





第２時
　折り紙の面積の1／５の正方形ができるような折り方をしたときにできた折り線について探究しよう。

中学２年生の振り返り（一部抜粋）

- 点と点の距離をcmなどの単位で表すのではなく，座標平面として捉えることでより具体的に表現することができると感じた。また，関係性が見えやすい。
- いつも感覚的に，これはこの図形の１／２かななどと根拠を踏まえず直感を頼りに解いてきた問題が，座標を用いることで数が根拠となってくれた。
- 折り紙を１次関数の座標平面にするという考えに感動した。
- 線分の中点を計算で求める方法であったり，直交する２直線の傾きの共通点を見るけることで幾何と代数のつながりを感じた。
- ２直線の傾きの積が−1になることを，初めは気づくことができなかったが，周りの友達と話をしていると気づくことができた。また，それに驚いた。

第２時
　折り紙の面積の1／５の正方形ができるような折り方をしたときにできた折り線について探究しよう。

生徒の新たな疑問（２年／３年／２・３年合算）

① 折り紙の面積の１／５の正方形であることはわかったが，１／６や１／７などは折ることができるのだろうか？

約 ２７ ％

約２８％

合算
約２８％

② 折り紙を座標平面として考えることで，「座標」や「直線の式」に関する内容が記述されていた回答

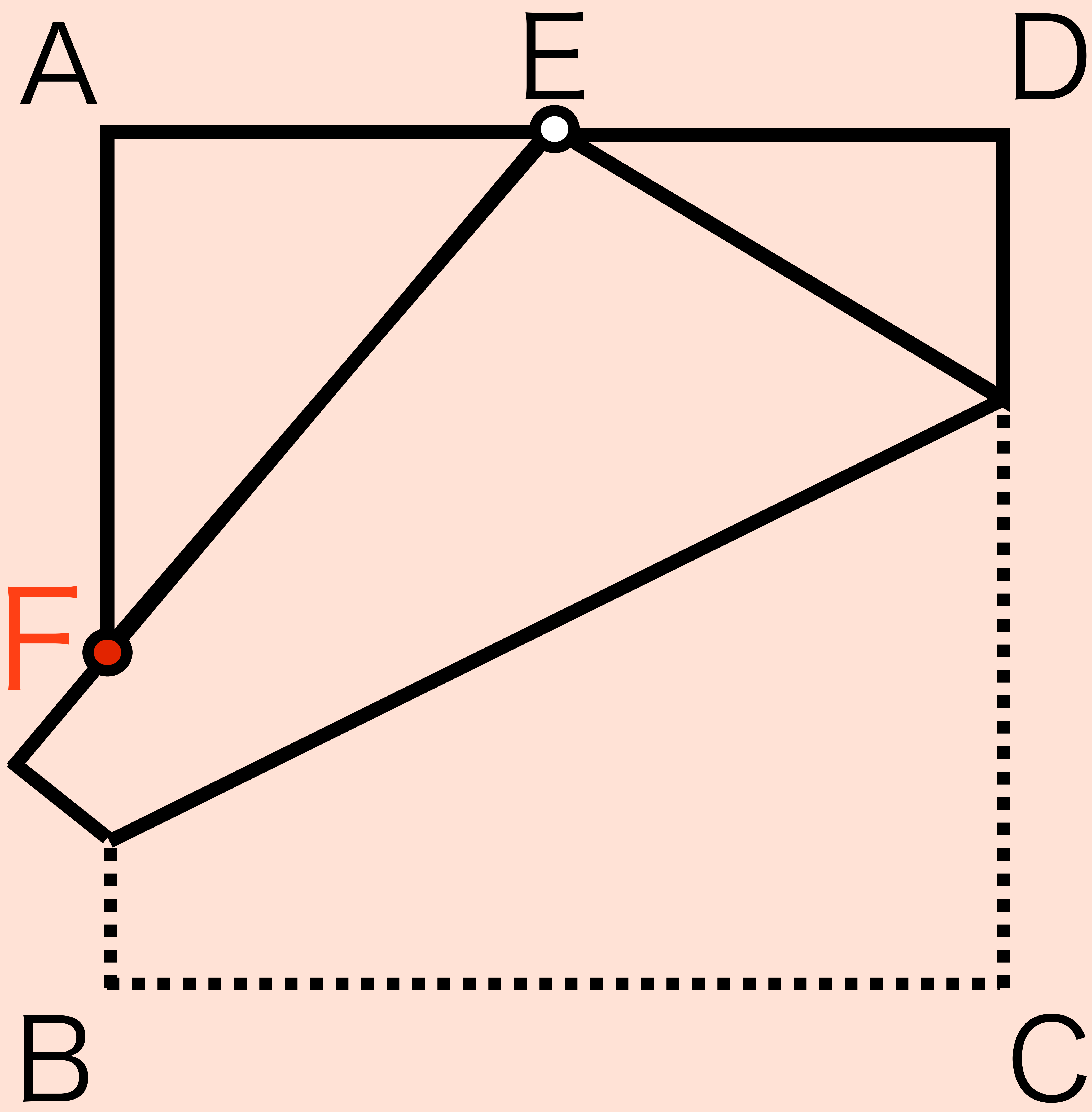
約 21 ％

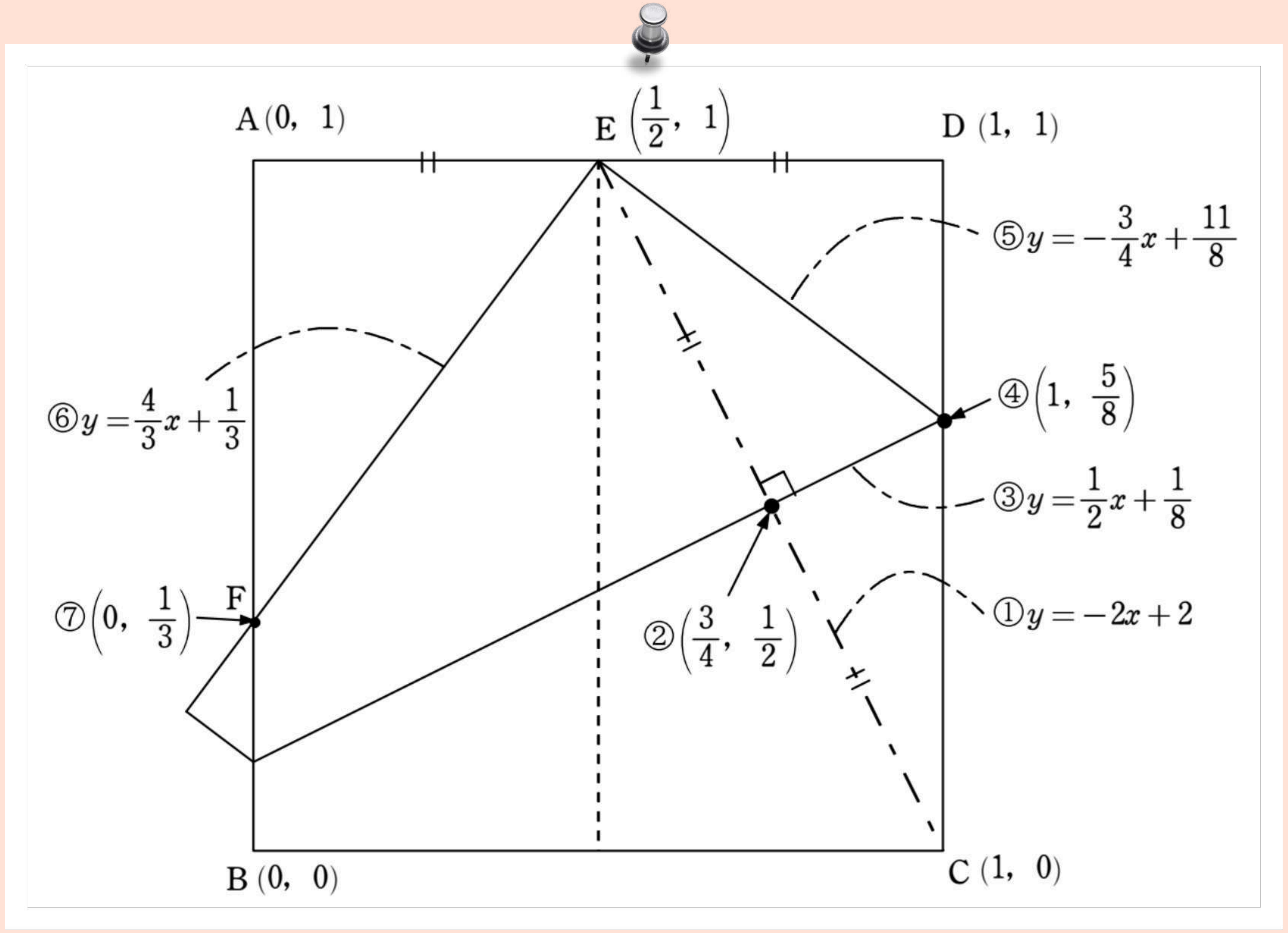
約 ２３ ％

合算
約22％

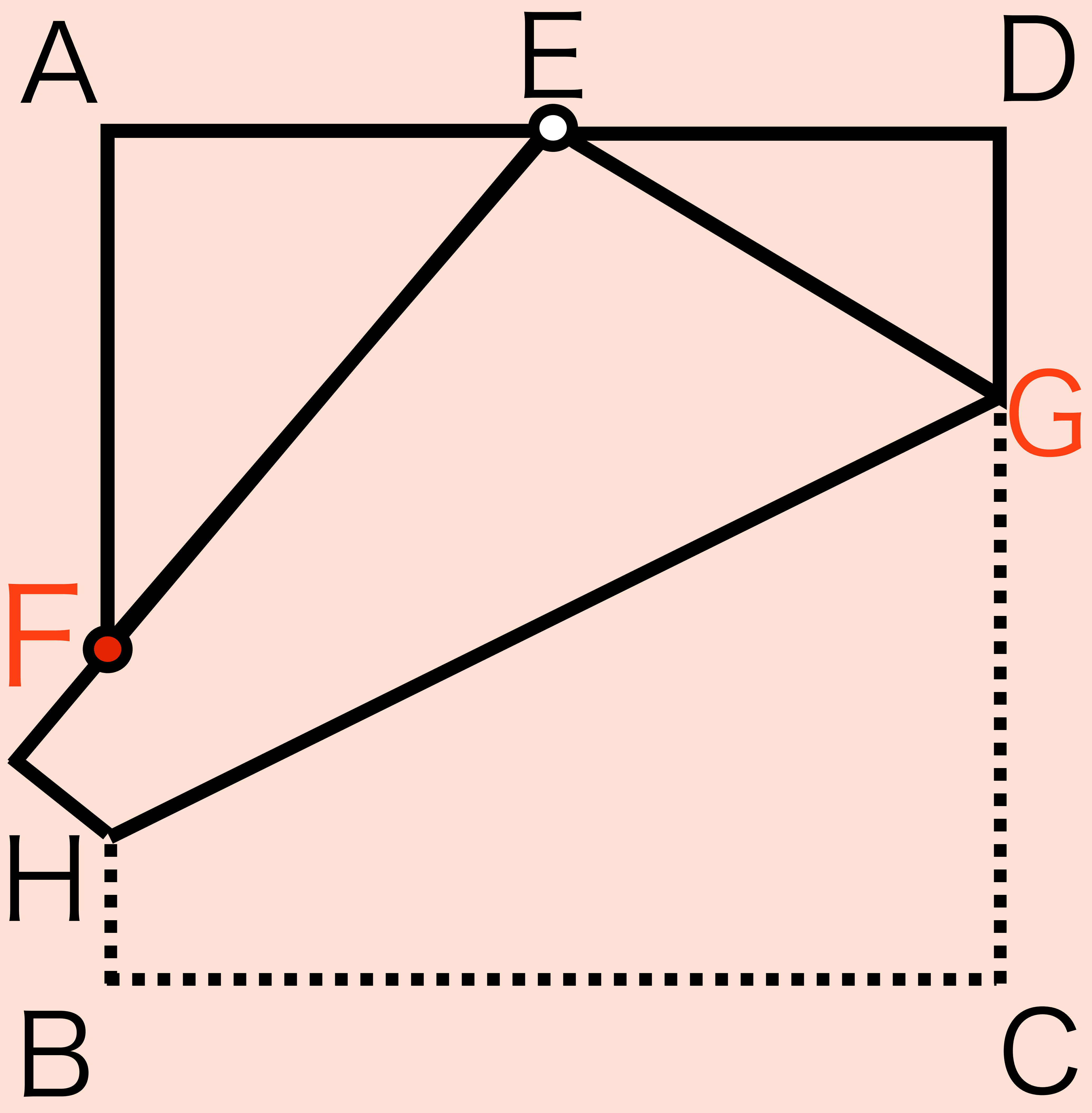
第３時（関数領域）

座標から点Fが三等分点であることを説明しよう。





第３時　座標から点Fが三等分点であることを説明しよう。



この課題を解決するためのロードマップ

ＥＣの傾き　，ＥＣの中点

ＧＨの傾き　，ＧＨを通る点

ＧＨの式：　y＝

Ｇの座標

ＥＧの傾き

ＥＦの式：　y＝〇x＋１／３

Ｆの座標：（０，１／３）

第３時
　座標から点Fが三等分点であることを説明しよう。

中学２年生の振り返り（一部抜粋）

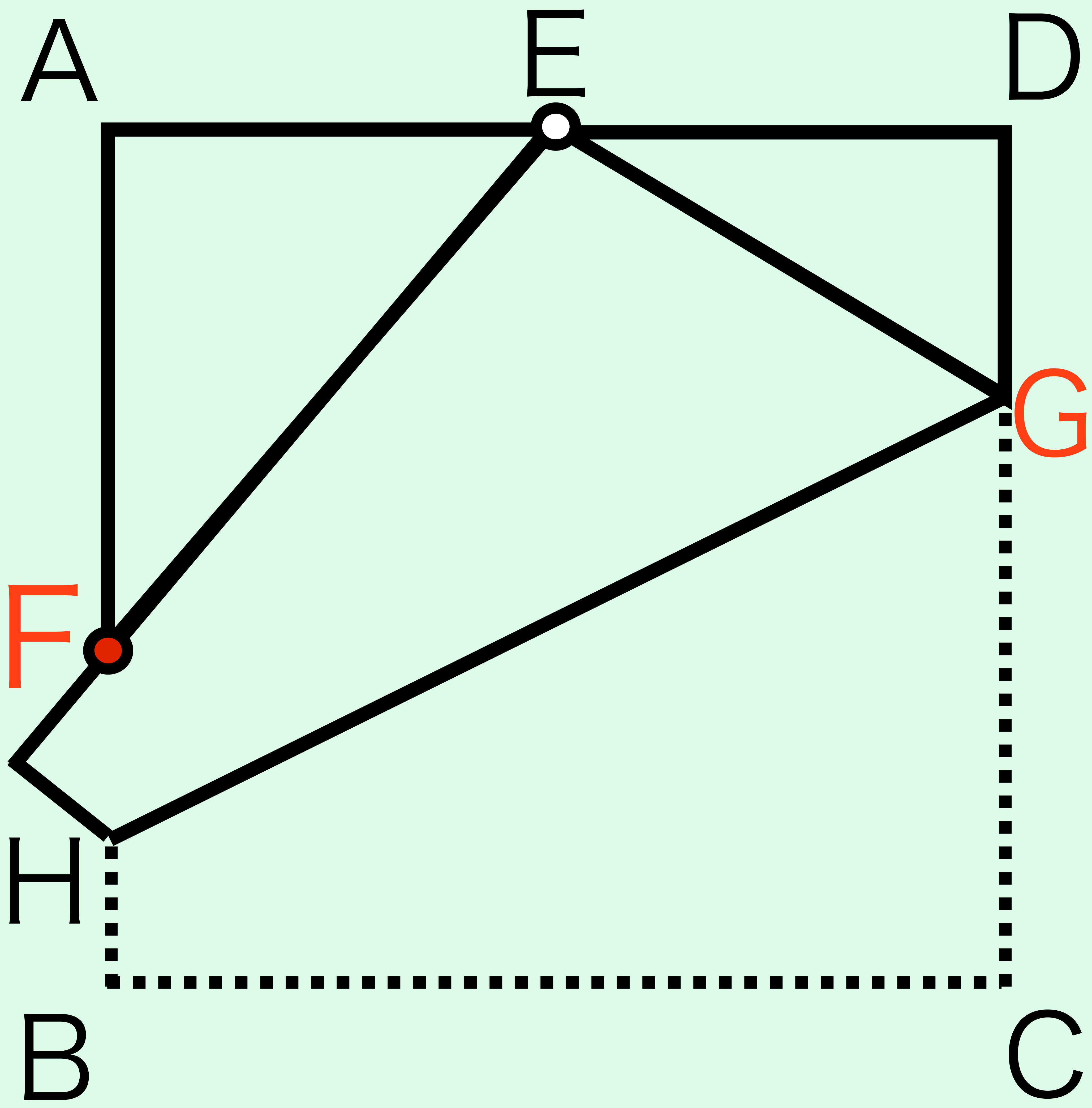
- 与えられた情報が少なくても，今まで学習したことを組み合わせると解くことができて感動した。
- 最初は全然思いつかなかったが，１つ１つの直線の式，直交している直線などを見つけると，解きやすかった。
- ロードマップがあることで何を求めるべきかわかりやすく考えやすかった。
- 何度も手順を踏んで１つの式を求めていくのが楽しかった。答えがわかっているのになかなか答えに辿り着けないのがソワソワした。
- どこか遠回りに感じたので，解決策を見つけたい。
- 班の人と共有をすると同じ式が出ても解き方が違ったので，面白いと思った。
- 答えを導くことはできたが，座標平面に線を当てはめて考えるのが難しかった。

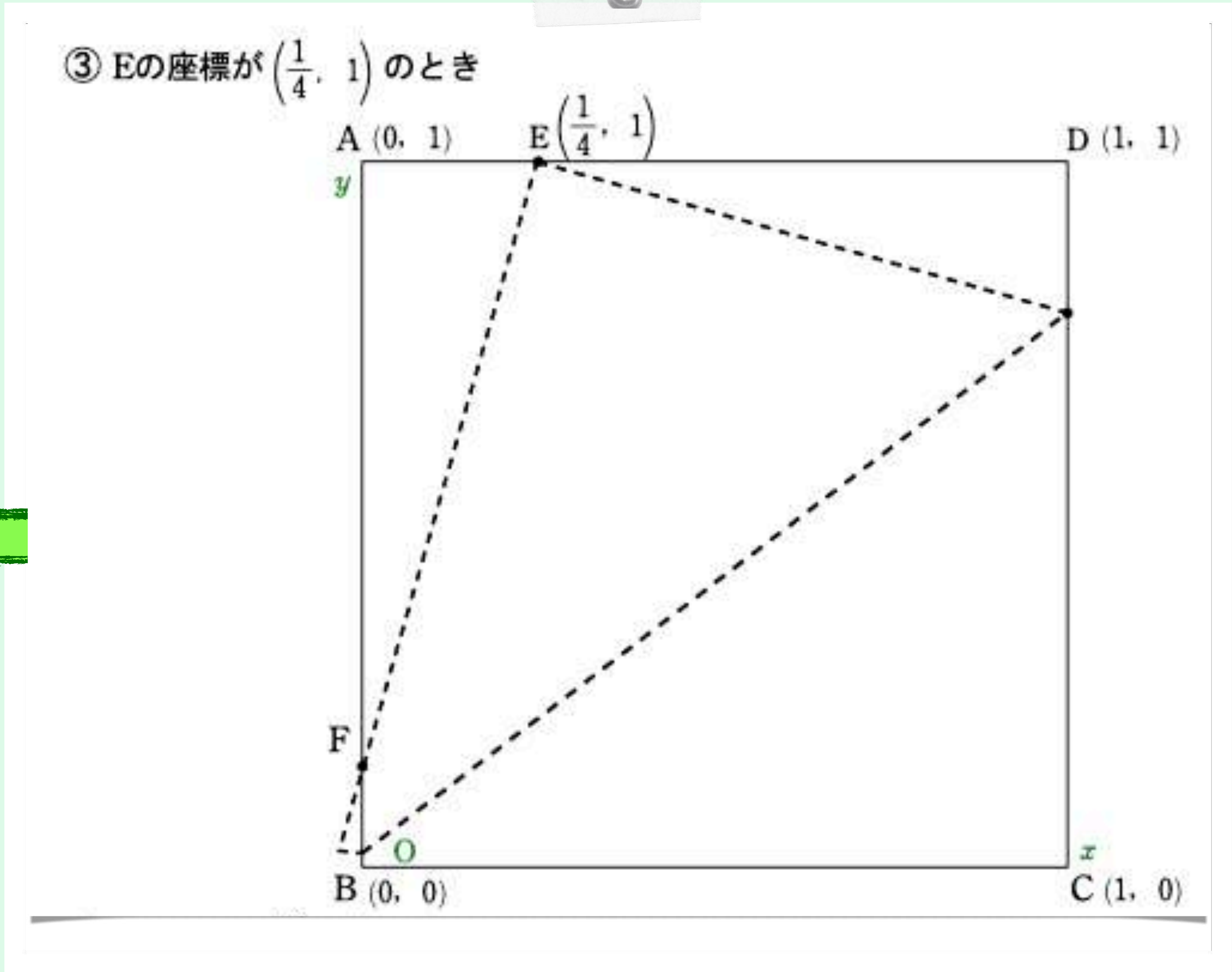
第３時
座標から点Fが三等分点であることを説明しよう。

中学２年生の新たな疑問（一部抜粋）

・１／３の点を見つけることができたということは，１／5，１／7の点も見つけることができるのではないだろうか。
・他の図形においても座標平面を使って証明できるのか知りたい。
・三等分点の見つけ方（折り方）は他にないのだろうか。
・今回求めたことはどのように次に応用できるのか気になる。
・折り紙の製造の際にはズレを出さないために何らかの数学を用いた機械を使っているのかと気になった。
・三等分点になるとき，直線の角度は何度で交わっているのだろうか。
・垂直に交わる２直線の傾きをかけるとなぜ「ー１」になるのか。
・今回は座標や式で求めたが、幾何学的にはできるのか（相似や合同など）。

第４時　芳賀の第１定理折りを発展させて考えてみよう





第４時
　芳賀の第１定理折りを発展させて考えてみよう

中学２年生の振り返り（一部抜粋）

・①しか解くことができなかったが，前回の解き方を振り返りながら解くことができて面白かった。
・求めたい座標から逆算して計算の見通しを立てるのが大切だと思った。
・折り紙の折り線や辺を座標平面に見立てて考えるという新しい観点から折り紙を楽しむことができた。
・傾きの求め方を忘れていたのではじめは苦労しましたが，途中からコツや近道がわかったのでスイスイ進みました。。
・垂直に交わっている直線の傾きや，座標の求め方などのすでに習っていることを使って値を求めるのは，とても楽しくて癖になる感じがした。どんどん解に近づいていく感覚がワクワクした。

第４時
　芳賀の第１定理折りを発展させて考えてみよう

中学２年生の新たな疑問（一部抜粋）

・点Eが4分の1など数値が変わったとき○等分の数値も変化した。その数値にはどんな関係があるのだろうか。

約 ３５ ％

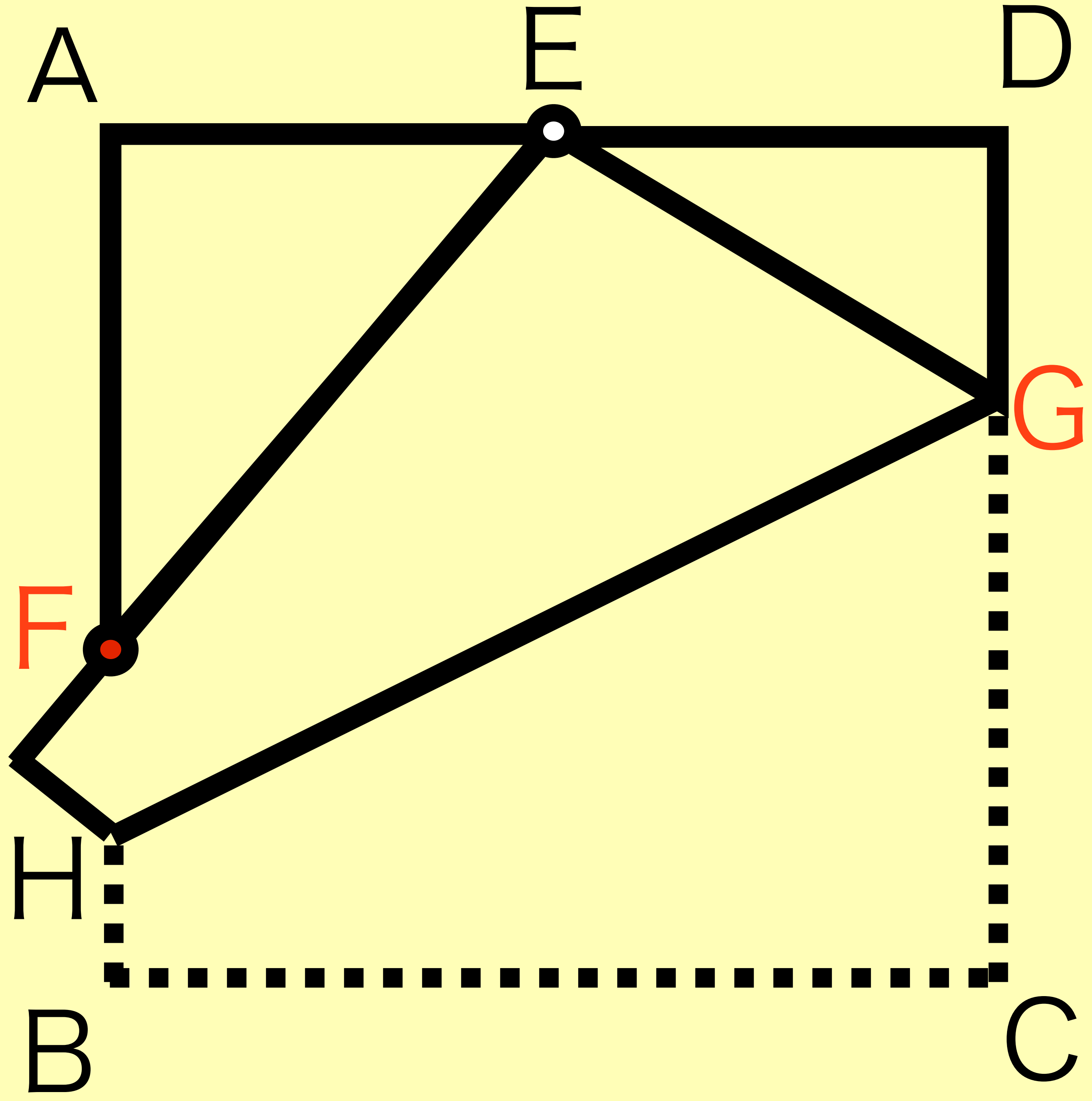
「点Eと点Fの関係性についての疑問を明らかにしたい」という内容

・これが正方形の折り紙ではなく，長方形の折り紙になったらどうなるのか気になった。

・他の方法で，○等分点を作ることはできるのか。

・作った折り方が何分の何かとかは計算すればわかりそうだけれど，何分の何をどう作るかを考えることがとても難しそうだと感じました。

第５時　前回の授業のまとめ　及び　折り紙探究のアンケート



点E の x 座標	1/2	1/3	1/4	・・・	1/n
点F の y 座標	1/3	1/5	1/7	・・・	

折り紙探究の授業に対する２・３年生の生徒の理解度（３段階・自己評価）

よく理解できた	理解できたが，難しい	理解が追いつかなかった
約 ４２ ％	約 ５０ ％	約 ８ ％
約 ６４ ％	約 ３６％	０ ％

３．今回の課題やこれからの展望

今回の実践（昨年度の１０月～１１月）では・・・

中学２年生：１次関数の学習を終えた直後，図形分野（論証）の学習途中
中学３年生：１次関数の学習は半年前に済，図形分野（論証）の基礎学習済

中学２年生：論証の基礎を学習しているため学習段階の未発達さ
中学３年生：１次関数の復習（直線の傾きなど）が必要な生徒が多い

今年度の実践（３月予定）では・・・

中学２年生：１次関数の学習を終えた直後，図形分野（論証）の基礎学習済

参　考　文　献　一　覧

[1] 相馬　一彦ほか，「数学の世界１・２・３」，2020，大日本図書
[2] 小倉　金之助，「小倉金之助著作集　第５巻　数学と教育」，1974，勁草書房
[3] 梶　外志子，「戦後50年，関数の指導はどう変わったかー学習指導要領に基づく関数の指導の変遷と今後の方向ー」，1995，日本数学教育学会誌 第77巻，pp.56-59
[4] 熊倉　啓之，「学ぶ意義を実感させる関数の指導に関する研究」，2003，日本数学教育学会誌 第85巻 第11号，pp.40-
[5] 熊倉　啓之，「中学との接続を重視した高等学校の幾何教育に関する研究（第3次）-三角比の指導に焦点を当てて-，2007，静岡大学教育学部研究報告（教科教育学篇）第38号
[6] 黒田　恭史，「中等教育におけるオリガミクスを活用した平面幾何教育のあり方について」，2013，数学教育学会会誌，54巻，pp.135-144
[7] トーマス・ハル，「ドクター・ハルの折り紙数学教室」，2015，日本評論社
[8] 中央境域審議会消灯中等教育分科会教育課程部会，「審議経過報告」，2006
[9] 文部科学省，「中学校学習指導要領（平成29年告示）解説数学編」，2017
[10] 文部科学省，「高等学校学習指導要領（平成30年告示）解説数学編 理数編」，2018
[11] 西村　徳寿，「中学校における解析幾何的視点を考慮した指導に関する研究」，2014，全国数学教育学会誌　第20巻 第2号，pp.209-217
[12] 芳賀　和夫，「オリガミクスによる数学授業」，1996，明治図書
[13] 芳賀　和夫，「数学教育12月号」pp.108-pp.116，1997，明治図書
[14] 山田　和美ほか，「折り紙を用いた方程式の解法」，2005，新潟大学教育人間科学部紀要 自然科学編
[15] 渡部　　勝，「折る紙の数学」，2000，講談社

発表は以上です。ありがとうございました。