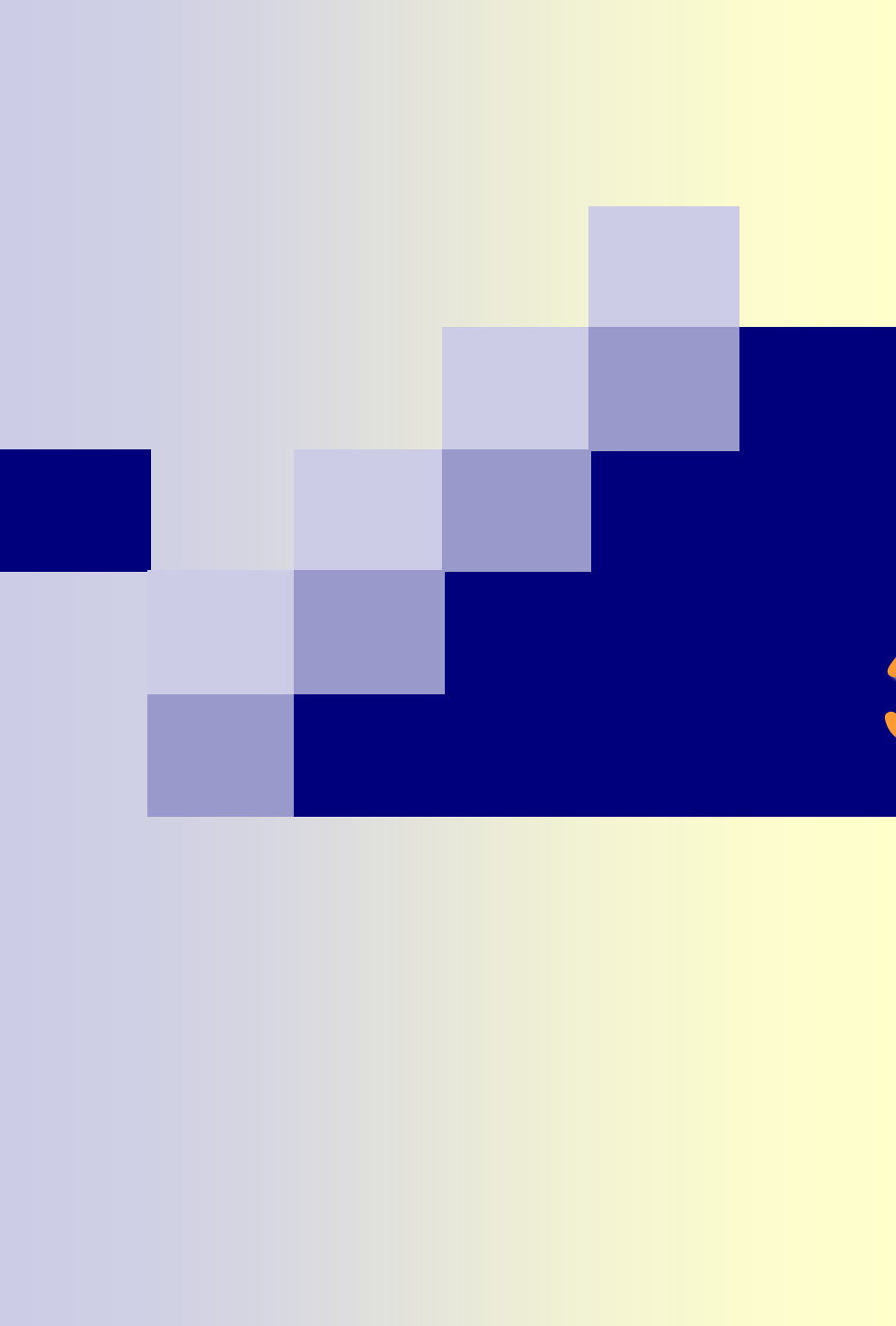




反比例はなぜ難しい？

3つの難しさについて解説!

京都教育大学教育学部
黒田 恭史

アウトライン

(1) 比例と反比例

(2) 反比例の3つの難しさ

(3) シンガポールの教科書では

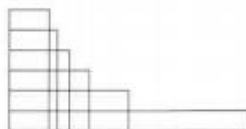
(4) まとめ

小学校6年生の反比例

1

左のページの③について、
縦の長さ^{あたい}と横の長さ^{よこ}の変わり方を
くわしく調べてみましょう。

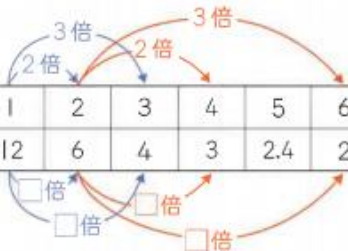
縦の長さ(cm)	1	2	3	4	5	6
横の長さ(cm)	12	6	4	3	2.4	2



めあて 表を横や縦に見て、変わり方のきまりをみつけよう。

ア 縦の長さが2倍、3倍、……になると、横の長さは
どのように変わっていくかを調べましょう。

縦の長さ(cm)	1	2	3	4	5	6
横の長さ(cm)	12	6	4	3	2.4	2



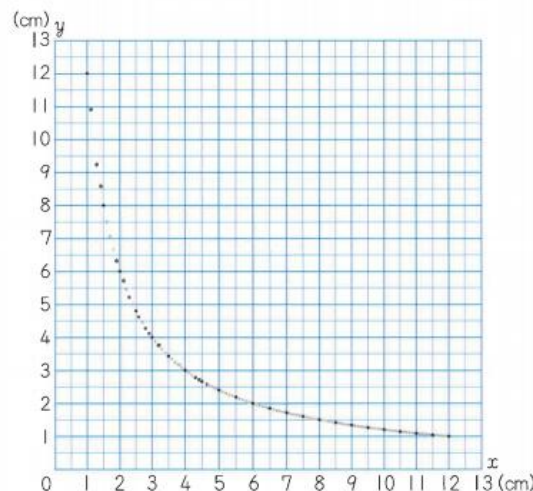
ともな^{あたい}って変わる2つの量 x , y があって、
 x の値が2倍、3倍、……になると、
 y の値が $\frac{1}{2}$ 倍、 $\frac{1}{3}$ 倍、……になるとき、
 y は x に反比例^{はんひれい}するといいます。

③では、
 x は縦の長さ、
 y は横の長さ
です。



③の横の長さは、縦の長さに反比例します。

反比例の関係を表すグラフは、比例のときとちがって、
直線にならないことがわかります。
点を細かくとると、次のようになります。



まとめ 反比例の関係を表す式

反比例する x と y の関係は、次のような
式に表すことができます。

$$y = \text{きまった数} \div x$$

きまった数がわかれば、
反比例の関係を式に表す
ことができるんだね。

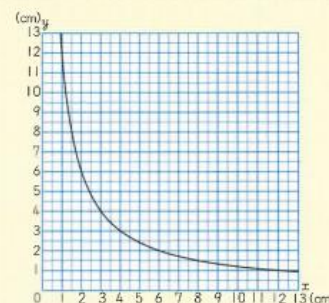


- 1) 反比例の定義
- 2) 反比例の式
- 3) グラフが曲線
- 4) 原点Oは通らない

曲線で表された反比例のグラフ

上の反比例のグラフは、
さらに点を細かくとると、
右のようななめらかな曲線に
なります。

横軸と縦軸の
交わる点は、
通りません。



アウトライン

(1) 比例と反比例

(2) 反比例の3つの難しさ

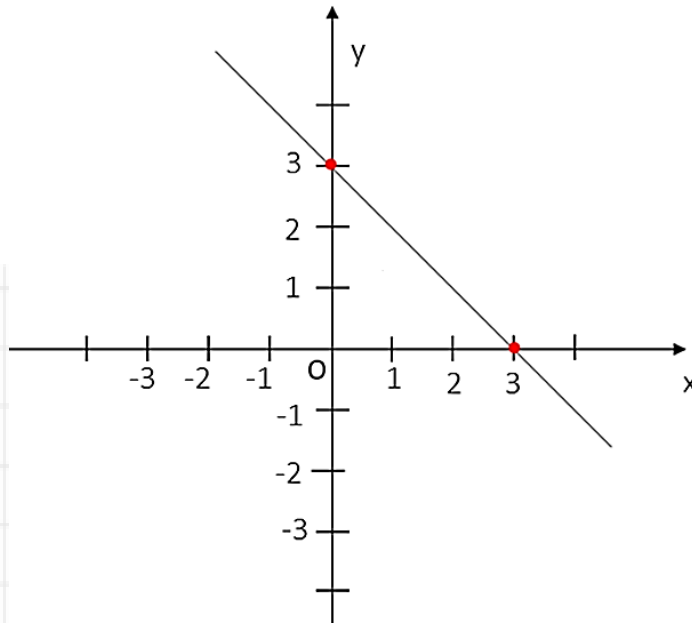
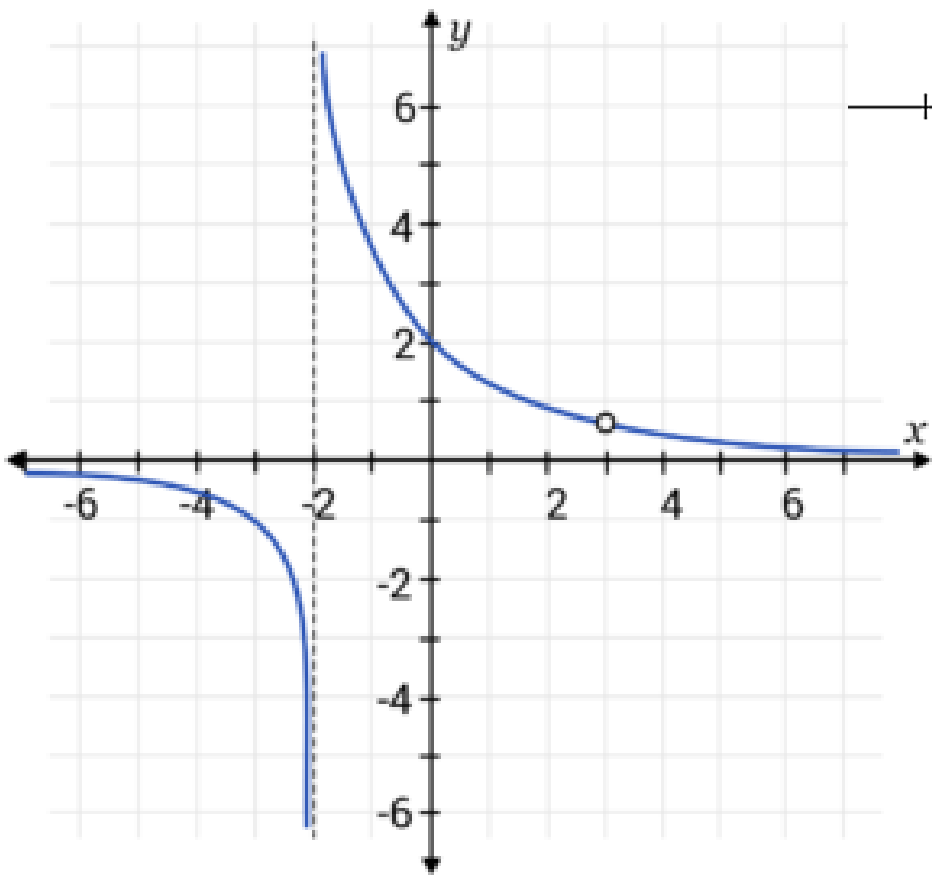
(3) シンガポールの教科書では

(4) まとめ

反比例の3つの難しさ

- 1) グラフが曲線である
- 2) 閉区間での無限がある
- 3) 非連続である

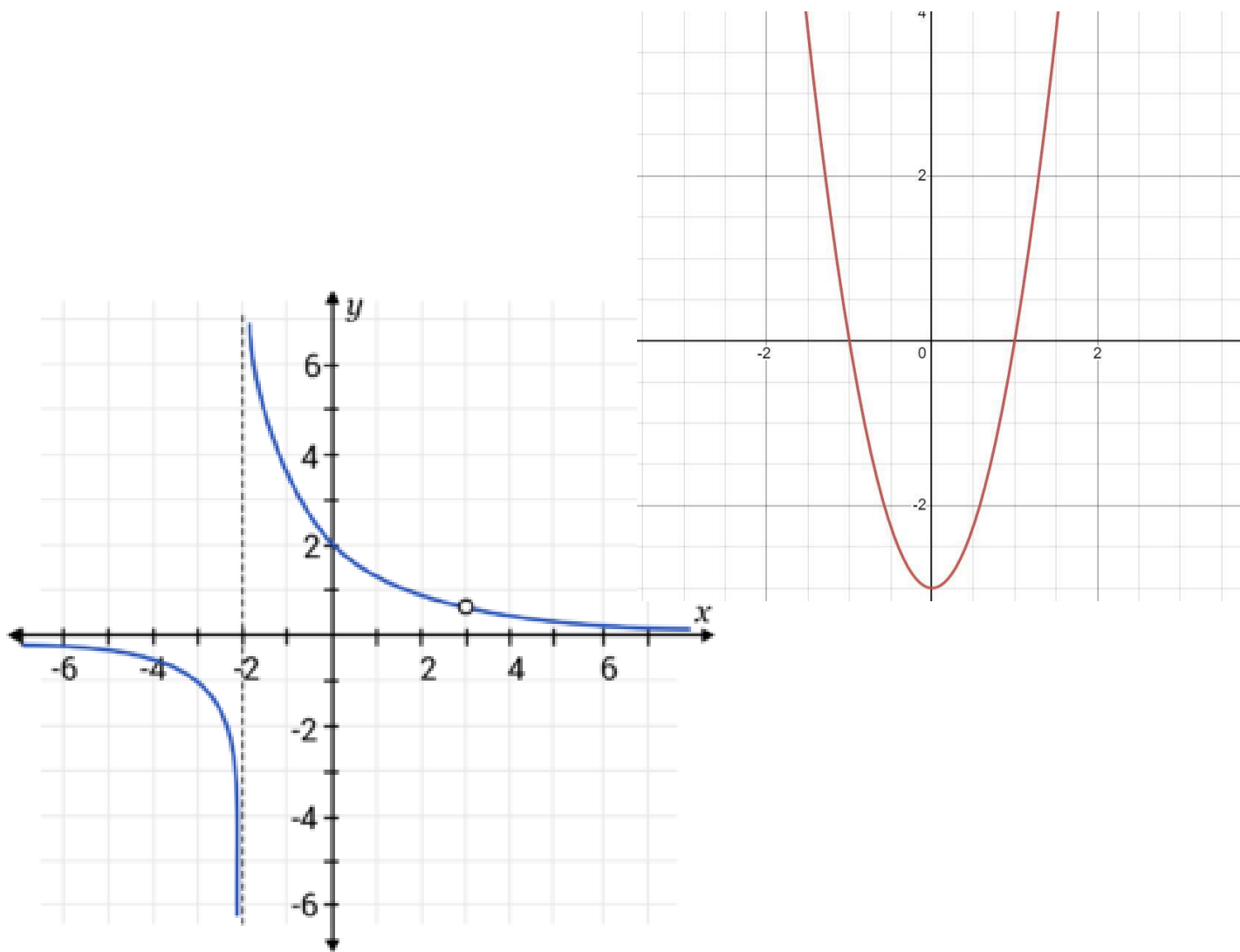
グラフが曲線である



1) 1次関数は
直線、反比
例は曲線

2) 多角形では
ない

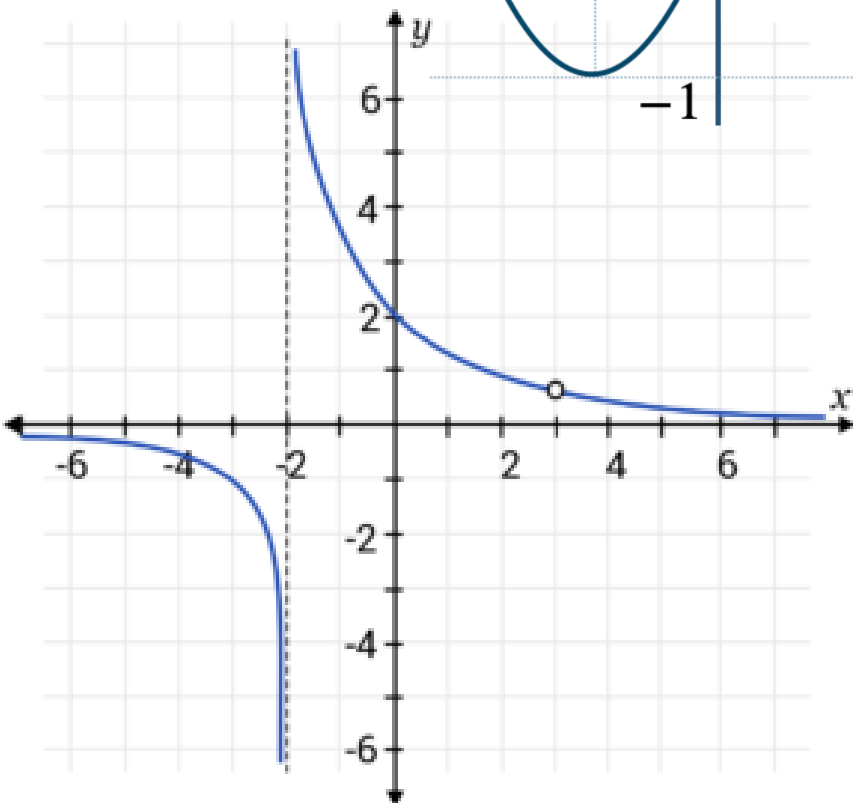
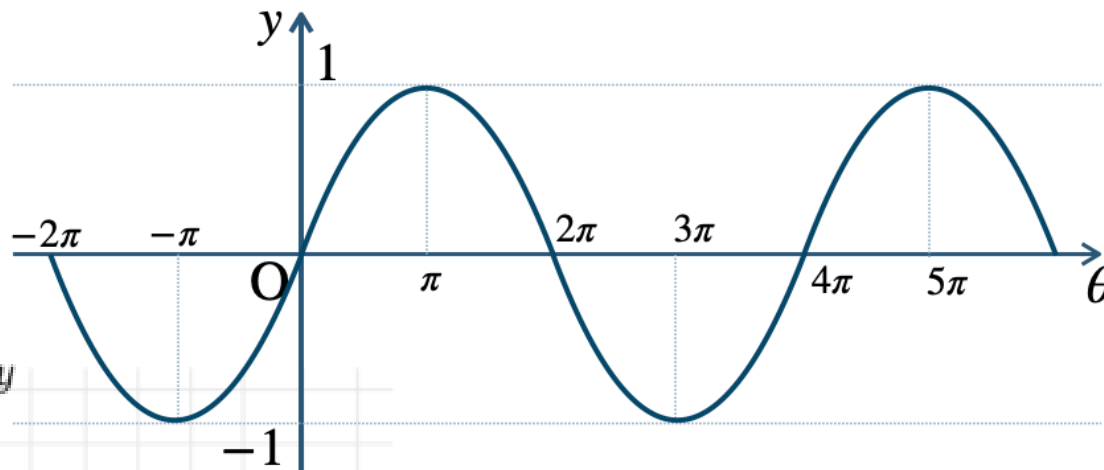
閉区間での無限がある



1) 2次関数は
定義域と値
域が無限

2) $[-2, -1]$ 閉
区間で無限

非連続である



- 1) 三角関数は連続
の周期関数
- 2) 反比例は -2 で非
連続
- 3) $-1 \rightarrow -2$ は $+\infty$ 、
 $-3 \rightarrow -2$ は $-\infty$

アウトライン

(1) 比例と反比例

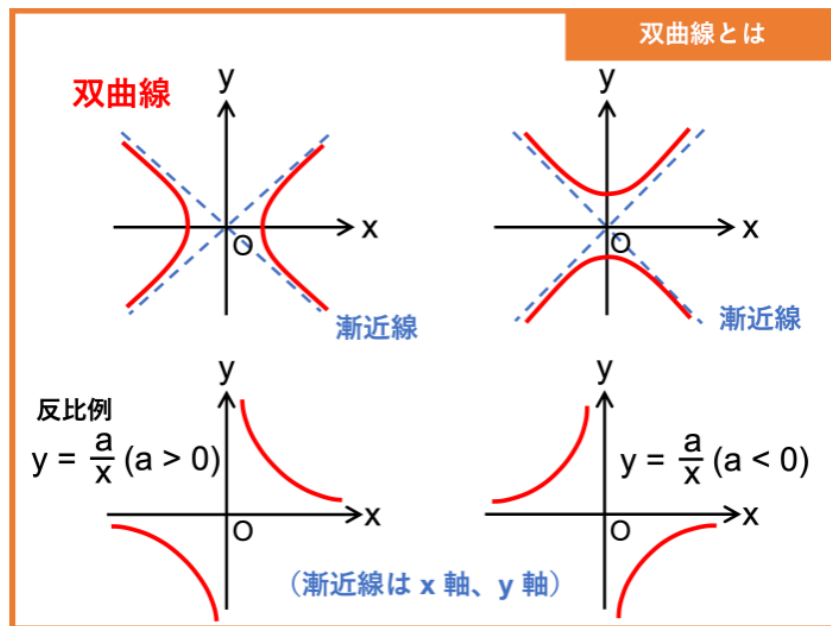
(2) 反比例の3つの難しさ

(3) シンガポールの教科書では

(4) まとめ

シンガポールの教科書 では(中2)

- 1) x と y は反比例の関係
- 2) y は x の反比例
- 2) 反比例のグラフは双曲線



When two quantities, x and y , vary in such a way that xy is a constant, they are said to be in **inverse proportion**, or y is said to be **inversely proportional** to x .

In Class Activity 2, we have

$$xy = 10 \times 36 = 20 \times 18 = \dots = 60 \times 6 = 360,$$

which is a constant.

Hence the cross-sectional area ($x \text{ cm}^2$) of the container and the depth ($y \text{ cm}$) of water in it are in inverse proportion.

In (b) and (e) of Class Activity 2, when the plotted points on each graph are joined with a smooth curve, the graphs look like Fig. 1 and Fig. 2 respectively.

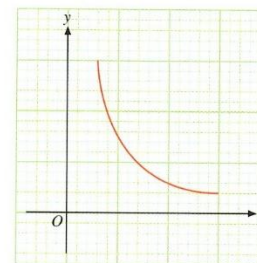


Fig. 1

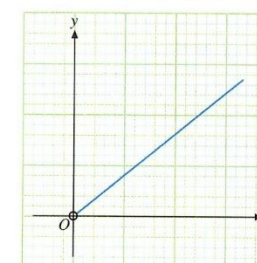


Fig. 2

In the graph of $y = \frac{1}{x}$, the small circle at the origin O indicates that the point $(0, 0)$ is not included.

Remark

The graph of y against x is a curve which approaches the y -axis when x is small, and it tends to the x -axis as x increases. The curve is part of a curve, called **hyperbola**.

The graph of y against $\frac{1}{x}$ is part of a straight line which passes through the origin. Since $\frac{1}{x}$ is never zero, the origin is NOT on the graph.

In fact, the equation connecting x and y is

$$xy = 360$$

i.e. $y = 360 \times \frac{1}{x}$.

Hence we have the graphs as shown above.

When two quantities, x and y , are in inverse proportion, we have

$$\frac{y}{\frac{1}{x}} \text{ is a constant, say } k.$$

$$\frac{y}{\frac{1}{x}} = k$$

i.e. $y = k \left(\frac{1}{x} \right)$ or $xy = k$.

For example, in Class Activity 2, $k = 360$.

Hence $xy = 360$.



Discuss

In the equation $xy = 360$, what does 360 represent?

アウトライン

- (1) 比例と反比例
- (2) 反比例の3つの難しさ
- (3) シンガポールの教科書では
- (4) まとめ

まとめ

- 1) 比例と反比例は、小学校 6 年生で取り扱われるが、反比例の特徴については、**軽く触れる**程度
- 2) 反比例には、3つの難しさがあり、それぞれ**高度な数学的内容**を含んでいること
- 3) したがって、安易に「比例と反比例」というセットとして指導するのではなく、反比例の数学的内容の高さを鑑みて、反比例に対する**扱いの丁寧さ**と、児童生徒からの質問への**真摯な対応**が重要