

## 解析学序論Ⅰ・自習シート

問1  $I_n := \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^n x \, dx$  (ただし  $n \in \mathbb{N}$ ) とする.  $n \geq 2$  に対して次の公式を証明せよ. <sup>1)</sup>

$$I_n := \begin{cases} \frac{n-1}{n} \cdot \frac{n-3}{n-2} \cdots \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\pi}{2} & (n \text{ が偶数のとき}) \\ \frac{n-1}{n} \cdot \frac{n-3}{n-2} \cdots \frac{4}{5} \cdot \frac{2}{3} & (n \text{ が奇数のとき}) \end{cases}$$

問2 次の広義積分を求めよ. <sup>2)</sup>

(1)  $\int_0^{+\infty} x^2 e^{-x} \, dx$

(2)  $\int_0^{+\infty} \frac{1}{e^x + 2e^{-x} + 3} \, dx$

---

提出する場合は、解答例を参考にして自分で採点しておくこと。提出しなくても試験で 60 点以上取れば合格です。

<sup>1)</sup>部分積分で  $I_n = \frac{n-1}{n} I_{n-2}$  なる漸化式をまずは求める。

<sup>2)</sup>(1) は部分積分を 2 回行う。(2) は  $e^x = t$  とおき部分分数分解を行う