

## 解析学序論Ⅰ・自習シート

問 [テーラーの定理]  $f \in C^n([a, b])$ ,  $f$  は  $(a, b)$  上,  $n + 1$  階微分可能とする. このとき, ある  $c \in (a, b)$  が存在して,

$$f(b) = f(a) + f'(a)(b-a) + \frac{1}{2!} f''(a)(b-a)^2 + \cdots + \frac{1}{n!} f^{(n)}(a)(b-a)^n + \frac{1}{(n+1)!} f^{(n+1)}(c)(b-a)^{n+1}$$

となることを示せ. <sup>1)</sup>

---

提出する場合は, 解答例を参考にして自分で採点しておくこと. 提出しなくても試験で 60 点以上取れば合格です.

1)

$$F(x) = f(b) - \left( f(x) + \sum_{k=1}^n \frac{f^{(k)}(x)}{k!} (b-x)^k \right),$$

$$G(x) = (b-x)^{n+1}$$

に対して, コーシーの平均値の定理を用いると, ある  $c \in (a, b)$  が存在して

$$\frac{F(b) - F(a)}{G(b) - G(a)} = \frac{F'(c)}{G'(c)}$$

より...