平成27年度 解析学序論I定期試験 No.1

__________ 専攻 __________ 回生　学生番号 __________ 名前 ________________

$\boxed{1}$　X を全体集合, $A_\alpha \subset X$ $(\alpha \in I)$ とする．ただし I は添え字とする．また, $f : X \to X$ とする．次を証明せよ．

(1)

$$\left(\bigcup_{\alpha\in I} A_\alpha\right)^c \subset \bigcap_{\alpha\in I} A_\alpha^c$$

(2)

$$\bigcup_{\alpha\in I} f(A_\alpha) \subset f\left(\bigcup_{\alpha\in I} A_\alpha\right)$$

$\boxed{2}$　$E \subset \mathbb{R}$ を有界とする．a を E の最小上界とすると言葉の定義から次の同値条件が導びかれることを証明せよ．

$$\begin{cases} \text{(i)} \quad x \leq a \quad ({}^\forall x \in E), \\ \text{(ii)} \quad {}^\forall \varepsilon > 0, {}^\exists x_\varepsilon \in E \quad \text{s.t.} \quad a - \varepsilon < x_\varepsilon. \end{cases}$$

$\boxed{3}$ $E_1, E_2 \subset \mathbb{R}$ を有界とする. 次を証明せよ.

(1) $E_1 \subset E_2$ ならば $\sup E_1 \leq \sup E_2$

(2) $E := \{x + y : x \in E_1, y \in E_2\}$ とおくと

$$\inf E = \inf E_1 + \inf E_2$$

(3) $\sup(E_1 \cup E_2) = \max\{\sup E_1, \sup E_2\}$