平成27年度 解析学序論I定期試験 No.2

専攻 ＿＿＿＿ 回生 学生番号 ＿＿＿＿ 名前 ＿＿＿＿

$\boxed{4}$ 数列 $\{a_n\}$ と実数 a について次の問に答えよ.

(1) $\{a_n\}$ が a に収束することの定義を ε-N 論法でかけ.

(2) $\{a_n\}$ がコーシー列であることの定義を ε-N 論法でかけ.

(3) 収束列は必ずコーシー列であることを証明せよ.

$\boxed{5}$ 数列 $\{a_n\}, \{b_n\}$ がそれぞれ実数 a, b へ収束するとき,

$$a_n - b_n \to a - b \quad (n \to +\infty)$$

となることを ε-N 論法で証明せよ.

$\boxed{6}$ 数列 $\left\{\dfrac{n}{n+1}\right\}$ の収束を ε-N 論法で証明せよ.

$\boxed{7}$　関数 $f(x) = 3x + 1$ の $x = 1$ における連続性を ε-δ 論法で証明せよ.

$\boxed{8}$　次の関数の $x = 0$ における連続性と微分可能性について調べよ.

$$f(x) = \begin{cases} x^2 \sin \dfrac{1}{x} & (x = 0), \\ 0 & (x \neq 0). \end{cases}$$

$\boxed{9}$　$f(x) = \log(1+x)$ の $x = 0$ における n 近似式を求めよ.

$\boxed{10}$　$I \subset \mathbb{R}$ を区間とし $\{f_n\} \subset C(I)$ とする. $\{f_n\}$ が f に I 上で一様収束するならば $f \in C(I)$ であることを証明せよ.