平成28年度 解析学序論I定期試験 No.2

＿＿＿＿ 専攻 ＿＿＿＿ 回生　学生番号 ＿＿＿＿ 名前 ＿＿＿＿

$\boxed{5}$ 数列 $\{a_n\}$ が上に有界かつ単調増加ならば収束することを証明せよ.

$\boxed{6}$ 関数 $f(x), g(x)$ について $f(x) \to \ell_1, g(x) \to \ell_2$ $(x \to a)$ のとき

$$f(x) + g(x) \to \ell_1 + \ell_2 \quad (x \to a)$$

を ε-δ 論法で証明せよ.

$\boxed{7}$ 関数 $f(x) = 2x - 1$ の $x = 0$ における連続性を ε-δ 論法で証明せよ.

$\boxed{8}$　次の (1) か (2) のいずれかを選択し証明せよ．ただし，数学領域専攻は (2) を選択せよ．

(1) $I \subset \mathbb{R}$ を区間とし，$f : I \to \mathbb{R}$ は I 上で微分可能とする．このとき $f \in C(I)$ を ε-δ 論法で証明せよ．

(2) $\{a_n\}$ を有界な数列とする．
$\limsup\limits_{n\to+\infty} a_n$ を $\lim\limits_{n\to+\infty}(\sup\limits_{k\geq n} a_k)$ で定義する．

$$\limsup_{n\to+\infty} a_n = \inf_{n\geq 1}(\sup_{k\geq n} a_k)$$

を証明せよ．

$\boxed{9}$　$f(x) = \log(1+x)$ の $x = 0$ における n 近似式を求めよ．