# 平成29年度 解析学序論I定期試験 No.1

__________ 専攻 __________ 回生　学生番号 __________ 名前 __________

$\boxed{1}$　$X$ を全体集合, $A_\alpha \subset X$ $(\alpha \in I)$ とする. ただし $I$ は添え字とする. 次を証明せよ.

$$\left(\bigcap_{\alpha\in I} A_\alpha\right)^c \subset \bigcup_{\alpha\in I} A_\alpha^c$$

$\boxed{2}$　$E \subset \mathbb{R}$ を空でない有界集合とする. $\beta$ を $E$ の最大下界とすると言葉の定義から 2 つの同値条件を導き証明せよ.

$\boxed{3}$　$E_1, E_2 \subset \mathbb{R}$ を空でない有界集合とする. 次を証明せよ.

(1) $E := \{x + y; x \in E_1, y \in E_2\}$ とおくと

$$\sup E \geq \sup E_1 + \sup E_2$$

(2) $E_1 \subset E_2$ ならば $\inf E_1 \geq \inf E_2$

(3) 任意の $a \in E_1$ に対してある $b_a \in E_2$ が存在して, $a \leq b_a$ が成立するならば $\sup E_1 \leq \sup E_2$

$\boxed{4}$ 数列 $\{a_n\}_{n\in\mathbb{N}}$, $\{b_n\}_{n\in\mathbb{N}}$ に対して, $a_n \to \alpha$ かつ $b_n \to \beta$ $(n \to +\infty)$ ならば

$$a_n - b_n \to \alpha - \beta \quad (n \to \infty)$$

であることを $\varepsilon$-$N$ 論法で証明せよ.

$\boxed{5}$ 数列についての以下の 6 つの性質のうち**正しいものを全て選んで**番号の前に○をうて. また正しい性質の**いずれか 2 つ**を選んで番号の前に◎をうち, それらを証明せよ.

☐ (1) 数列がコーシー数列ならば収束する.

☐ (2) 数列が収束するならばコーシー数列である.

☐ (3) 数列が収束する部分列を持てば収束先は 1 つである.

☐ (4) 数列が収束する部分列を持てば有界である.

☐ (5) 数列が収束するならば有界である.

☐ (6) 数列が有界ならば収束する部分列を持つ.