

解析学演習・自習シート

問1 (X, \mathfrak{M}, μ) を測度空間とする. $A, B \in \mathfrak{M}$ で互いに素とする. このとき

$$\mu(A \cup B) = \mu(A) + \mu(B)$$

が成立することを証明せよ. ただし, $\mu(\emptyset) = 0$ を用いてもよい.

問2 $X := \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ とし $\mathfrak{M} := 2^X$, すなわち X の部分集合全体とする. 数え上げ測度 $\mu : \mathfrak{M} \rightarrow [0, +\infty]$ を用いて

$$P(A) := \frac{\mu(A)}{\mu(X)} \quad (\forall A \in \mathfrak{M})$$

と定義する. 次の問いに答えよ.

- (1) $0 \leq P(A) \leq 1$ ($\forall A \in \mathfrak{M}$) を証明せよ.
- (2) (X, \mathfrak{M}, P) は測度空間となることを証明せよ.