

解析学演習・自習シート

問 X を1つの空でない集合とし \mathfrak{F} を X の部分集合の族とする¹⁾. \mathfrak{F} が次の条件 (F1) から (F3) をみたすとき, \mathfrak{F} を X の有限加法族とよぶ:

(F1) $X \in \mathfrak{F}$;

(F2) $A \in \mathfrak{F}$ ならば $A^c \in \mathfrak{F}$;

(F3) $A, B \in \mathfrak{F}$ ならば $A \cup B \in \mathfrak{F}$.

このとき, 次の (1)–(5) を満たすことを証明せよ.

(1) $\emptyset \in \mathfrak{F}$.

(2) $A, B \in \mathfrak{F}$ ならば $A \cap B \in \mathfrak{F}$.

(3) $A, B \in \mathfrak{F}$ ならば $A \setminus B \in \mathfrak{F}$.

(4) 全ての自然数 $N \in \mathbb{N}$ に対して $A_n \in \mathfrak{F}$ ($n = 1, 2, \dots, N$) ならば

$$\bigcup_{n=1}^N A_n \in \mathfrak{F}.$$

(5) X の σ -集合族 \mathfrak{M} は有限加法族である.

提出する場合は、解答例を参考にして自分で採点しておくこと。提出しなくても試験で 60 点以上取れば合格です。

¹⁾文字 \mathfrak{F} は F のドイツ文字.