解析学演習・自習シート

問 1　[解析学序論 I の復習] $E_1, E_2 \subset \mathbb{R}$ を有界な集合でかつ $E_1 \subset E_2$ とする．このとき次を証明せよ．

(1) $\inf E_2 \leq \inf E_1$.

(2) $\sup E_1 \leq \sup E_2$.

問 2　$a, b \in \mathbb{R}$ とし, $[a, b) := \{x \in \mathbb{R} : a \leq x < b\}$ という形をした半開区間を**基本区間**とよぶことにする．$[a, a) = \emptyset$ より空集合も基本区間としておく．さらに, $\mathbb{R}$ の集合族 $\mathfrak{A}$ として, n 個の互いに素な基本区間 $I_k \in \mathfrak{I}$ で

$$I = \bigcup_{k=1}^{n} I_k$$

とかける区間の全体と定義する, すなわち

$$\mathfrak{A} := \left\{ I \subset \mathbb{R} : \text{互いに素な基本区間の族 } \{I_k\}_{k=1}^{n} \text{が存在して } I = \bigcup_{k=1}^{n} I_k \right\}.$$

例えば, $\emptyset$ や $[0, 1)$ や $[0, 1) \cup [2, 3)$ などは $\mathfrak{A}$ の元である [1]．このとき, 次の (1), (2) を満たすことを証明せよ．

(1) $A, B \in \mathfrak{A}$ に対して A と B が互いに素ならば $A \cup B \in \mathfrak{A}$.

(2) $A, B \in \mathfrak{A}$ ならば $A \cap B \in \mathfrak{A}$.

提出する場合は、解答例を参考にして自分で採点をしておくこと。提出しなくても試験で 60 点以上取れれば合格です。

[1] 文字 $\mathfrak{A}$ は A のドイツ文字.