

偏微分方程式・自習シート

問1 $I \subset \mathbb{R}$ を区間とする. $f_n : I \rightarrow \mathbb{R} (n \in \mathbb{N})$ と $f : I \rightarrow \mathbb{R}$ に対して,

$$\sup_{t \in I} |f_n(t) - f(t)| \rightarrow 0 \quad (n \rightarrow \infty)$$

を満たすならば $\{f_n\}$ は f に I 上一様収束することを証明せよ.

問2 関数列 $\{x^n\}_{n \in \mathbb{N}}$ は閉区間 $[0, 1]$ 上で各点収束するが一様収束しないことを証明せよ.

問3 $0 < b < 1$ とする. 関数列 $\{x^n\}_{n \in \mathbb{N}}$ は閉区間 $[0, b]$ 上で一様収束することを証明せよ.