

偏微分方程式・自習シート

問1 T を $N \times N$ 正方行列 (a_{ij}) とする.

$$\|T\|_{\infty} := \max_{i,j=1,2,\dots,N} |a_{ij}|,$$

$$\|T\|_1 := \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N |a_{ij}|,$$

とおくと, $\|T\|_{\infty}, \|T\|_1$ はそれぞれ, T のノルムとなることを示せ.

問2 $T = (a_{ij}), S = (b_{ij})$ とおく.

$$\|TS\|_1 \leq \|T\|_1 \|S\|_1$$

を示せ. また

$$T = S = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$$

のとき

$$\|TS\|_{\infty} \leq \|T\|_{\infty} \|S\|_{\infty}$$

は成立しないことを示せ.